

**MODELO DE EROÇÃO /
SEDIMENTAÇÃO DE PRAIAS**



MANUAL DE REFERÊNCIA

Observação Jurídica

Nenhum dos participantes, nem as instituições as quais representam no desenvolvimento do SMC-Brasil, são responsáveis pela utilização dada a esta publicação.

A base de dados de ondas em águas profundas (GOW) e de níveis (GOT; GOS) incluída no SMC-Brasil são de propriedade do IH Cantabria. O SMC-Brasil permite o processamento e análise de tais dados ao longo da costa brasileira. Todavia, esses dados não estão disponíveis para os usuários do sistema, apenas o dado processado e analisado por cada usuário. O uso inadequado desses dados ou dos resultados obtidos a partir destes, bem como as ferramentas não são de responsabilidade do IH Cantabria ou do grupo que desenvolveu o projeto. Os usuários não podem utilizar técnicas de engenharia reversa, descompilar ou fazer o *download* da base de dados de ondas e níveis do *software* SMC-Brasil.

Contribuições e Desenvolvimento

Instituto de Hidráulica Ambiental da Cantabria (IH Cantabria)

Universidade da Cantabria

Instituição líder do projeto: Mauricio González (principal pesquisador do projeto), Raúl Medina, Omar Gutiérrez (coordenador do projeto), Nabil Kakeh, Cynthia Martínez, Roland Garnier, Lara Ruiz, Jara Martínez, Verónica Canovas, Laura Ribas de Almeida, Belén López, Fernando Méndez, Antonio Espejo, Melisa Menéndez, Ana Abascal, Sonia Castanedo.

Laboratório de Oceanografia Costeira - Universidade Federal de Santa Catarina (UFSC)

Líder local do projeto: Antonio Henrique da Fontoura Klein (principal pesquisador do projeto), Clarissa Brelinger De Luca, Priscila Hoerbe Soares, Paula Gomes da Silva, Jonas Gomes Oliveira, Maiara Werner Pinto, Charline Dalinghaus, Caio Trajano Siqueira Salgado, Julia Gil dos Santos.

Instituto Oceanográfico – Universidade de São Paulo (USP)

Líder local do projeto: Moyses Gonzalez Tessler (principal pesquisador do projeto), Samara Cazzoli y Goya.

Gerenciamento Costeiro – Ministério do Meio Ambiente (MMA)

Colaboradores: Márcia Regina Lima de Oliveira, Leila Swerts, Adalias Freires Bastos, Salomar Mafaldo de Amorim Júnior, Flávia Cabral Pereira, Bruna Teixeira Pandolpho da Costa e Silva e Mateus Pereira Rodrigues Borges.

Financiamento do projeto

Agência Espanhola de Cooperação Internacional para o Desenvolvimento – AECID
Ministério do Meio Ambiente- MMA Brasil
Ministério do Planejamento, Desenvolvimento e Gestão/Secretaria de Patrimônio da União- MP-SPU Brasil.

Colaboração (Fornecimento de dados)

Marinha do Brasil

Instituto Nacional de Pesquisas Hidroviárias (INPH)

Sumário

CAPÍTULO 1: SOBRE ESTE MANUAL.....	10
1. Sobre este Manual.....	11
1.1 Objetivos.....	11
1.2 Conteúdo	11
CAPÍTULO 2: APRESENTAÇÃO TEÓRICA DO PROBLEMA.....	12
2. Apresentação Teórica do Problema.....	13
2.1 Introdução.....	13
2.2 Modelo de erosão/sedimentação de praias – EROS	15
2.2.1 Estrutura do modelo EROS.....	15
2.2.2 Modelo de propagação de ondas OLUCA-MC	17
2.2.3 Modelo de propagação de ondas OLUCA-SP.....	17
2.2.4 Modelos de correntes geradas pela quebra de ondas COPLA-MC e COPLA-SP.....	17
2.2.5 Modelo de transporte de sedimentos	18
2.2.6 Modelo de conservação e estabilidade do sedimento	24
2.2.7 Modelo de perturbação de onda OLUCA-Q.....	25
2.2.8 Modelo de perturbação das correntes geradas pela quebra de ondas COPLA-Q.....	27
CAPÍTULO 3: FORMULAÇÃO NUMÉRICA DO PROBLEMA.....	29
3. Formulação Numérica do Problema	30
3.1 Introdução.....	30
3.2 Discretização do domínio.....	30
3.3 Equação de conservação do sedimento	31
3.3.1 Passo de tempo morfológico.....	32
3.3.2 Condições iniciais e de contorno.....	33
3.3.3 Filtros espaciais	34
3.4 Modelo OLUCA-Q.....	34
CAPÍTULO 4: VALIDAÇÃO DO MODELO EROS.....	37
4. Validação do Modelo EROS.....	38
4.1 Validação do Modo ESI.....	38
4.2 Validação do Modo MEM	39
REFERÊNCIAS	43

Lista de Figuras

Figura 1 – Fluxograma dos modelos ESI e MEM.	14
Figura 2 – Estrutura EROS.....	16
Figura 3 – Malha de referência.....	31
Figura 4 – Esquema numérico adotado pelo programa.	35
Figura 5 – Campo vetorial de transporte inicial do modelo <i>Danish Hydraulic Institute</i> . Em vermelho o resultado obtido pelo modelo EROS.....	39
Figura 6 – Resultado dos cinco modelos apresentados em Nicholson <i>et al.</i> (1997). ..	40
Figura 7 – Resultados do EROS-MC, baseado na formulação de Soulsby – Van Rijn (24h) e Bailard (72h).	41
Figura 8 – Resultados do modelo EROS-SP.....	42

Lista de Abreviaturas

AECID – Agência Espanhola de Cooperação Internacional para o Desenvolvimento

COPLA – Modelo de Correntes por Quebra em Praias

DHI – *Danish Hydraulic Institute*

EROS – Modelo de Erosão/Sedimentação de Praias

ESI – Modelo de Erosão-Sedimentação Inicial;

FCTS – *Forward Time Central Space*;

GOS – *Global Ocean Surges*

GOT – *Global Ocean Tides*

GOW – *Global Ocean Waves*

IH – Instituto Hidráulico

INPH – Instituto Nacional de Pesquisas Hidroviárias

MC – Modelo de Ondas Monocromáticas

MEM – Modelo de Evolução Morfodinâmica

MMA – Ministério do Meio Ambiente

MOPLA – Modelo de Morfodinâmica de Praias

OLUCA – Modelo de Propagação de Ondas em Praias

Q – Modelo de Perturbação

SMC – *Sistema de Modelado Costero* / Sistema de Modelagem Costeira

SP – Modelo de Ondas Espectrais

UFSC – Universidade Federal de Santa Catarina

USP – Universidade de São Paulo

Lista de Símbolos

- C – Celeridade da onda
- C_b – Celeridade de propagação das variações do leito
- C_D – Coeficiente de atrito devido à corrente
- C_f – Coeficiente de atrito
- C_g – Celeridade de grupo
- D_{16} – Diâmetro no qual 16% da distribuição de sedimentos é mais fina
- D_{50} – Diâmetro médio do sedimento
- D_{84} – Diâmetro no qual 84% da distribuição de sedimentos é mais fina
- D_{90} – Diâmetro que está excedido por 10% do peso de uma amostra de sedimento
- D_{eq} – Diâmetro equivalente
- E – Energia da onda
- g – Aceleração da gravidade
- h – Profundidade/calado
- H – Altura de onda
- H_{rms} – Altura quadrática média de onda
- \vec{i} – Vetor unitário na direção da declividade
- k_p – Número de onda associado ao período de pico
- K – Número de onda
- K_s – Rugosidade efetiva
- K_α – Efeito da declividade do fundo sobre um fluxo longitudinal
- K_β – Efeito da declividade do fundo sobre um fluxo transversal
- n – Direção perpendicular ao contorno
- n – Porosidade
- \vec{q}_{bo} – Transporte de fundo sobre leito plano
- \vec{q}_{bs} – Transporte de fundo devido ao efeito da declividade
- q_n – Fluxo com direção perpendicular ao contorno
- \vec{q}_{so} – Transporte em suspensão sobre o leito plano
- \vec{q}_{ss} – Transporte em suspensão devido ao efeito da declividade
- q_t – Fluxo de transporte
- \vec{q}_t – Transporte total de fundo e suspensão
- q_x – Transporte de sedimento na direção x
- q_x^* – Vetor de transporte na direção x

q_y	– Transporte de sedimento na direção y
q_y^*	– Vetor de transporte na direção y
s	– Densidade relativa
S	– Tensor de radiação
t	– Tempo
t_0	– Tempo inicial;
$\tan\beta$	– Declividade do fundo;
t_f	– Tempo final;
T	– Período da onda
T_p	– Período de pico da onda;
\vec{u}	– Velocidade no fundo devido à ação conjunta de onda-corrente
$\bar{\vec{u}}$	– Vetor de velocidade média integrada na vertical
\vec{u}_{orb}	– Vetor de velocidade no fundo devido às ondas
\bar{U}	– Velocidade média na vertical
\bar{U}_{cr}	– Velocidade crítica de início do movimento
U_{rms}	– Velocidade orbital quadrática-média
w_s	– Velocidade de queda de grão
z_0	– Rugosidade de fundo
α	– Declividade longitudinal do fundo
β	– Declividade do leito
β	– Declividade transversal ao fluxo
β	– Potência
δh	– Perturbação do fundo induzida pelo transporte
δH	– Variação da altura de onda induzida pelas variações do fundo
$\delta\theta$	– Variação do ângulo induzida pelas variações do fundo
Δt	– Passo de tempo morfodinâmico
Δt_m	– Passo de tempo morfodinâmico
Δx	– Tamanho da célula em x
Δy	– Tamanho da célula em y
ε_B	– Fator de eficiência do transporte pelo fundo
ε_s	– Fator de eficiência do transporte em suspensão
θ	– Ângulo de incidência das ondas
θ_{cr}	– Parâmetro crítico do início do movimento de Shields
θ_m	– Direção do fluxo médio de energia

θ_m – Direção de onda

ν – Viscosidade cinemática da água

ρ – Densidade

ρ_s – Densidade do sedimento

ρ_w – Densidade da água

σ – Frequência angular da onda

σ – Número de Courant

$\bar{\tau}$ – Tensão tangencial no fundo

τ_{cr} – Esforço crítico do início do movimento no fundo plano

$\tau_{\alpha cr}$ – Esforço crítico de início do movimento no fundo com declividade longitudinal

$\tau_{\beta cr}$ – Esforço crítico de início do movimento no fundo com declividade transversal

ϕ – Ângulo de atrito interno do sedimento

$\langle . \rangle$ – Média de tempo

$| |$ – Valor absoluto

CAPÍTULO 1: SOBRE ESTE MANUAL

1. Sobre este Manual

1.1 Objetivos

Este manual inclui uma descrição geral das equações e formulações numéricas aplicadas no modelo EROS (modelo bidimensional e horizontal de erosão/sedimentação de praias), bem como a estrutura do programa. O programa EROS faz parte do modelo integrado de evolução morfológica de uma praia devido à ação de ondas e às correntes de quebra (MOPLA). Existem duas versões do modelo com base no que se está considerando: ondas monocromáticas (EROS - MC) ou ondas espectrais (EROS - SP).

Os principais objetivos deste manual são:

1. Proporcionar uma ideia geral ao usuário das equações aplicadas no modelo EROS, sem aprofundar nas deduções teóricas, mas considerando muito claramente as hipóteses nas quais se fundamentam e seu âmbito de aplicação. Se o usuário pretender examinar mais detalhadamente alguns desses aspectos, ao final do texto é apresentada uma lista de referências para cada um dos tópicos.
2. Descrever a estrutura global do modelo, bem como detalhar as interações entre seus diversos módulos.

1.2 Conteúdo

Capítulo 2 apresenta teoricamente o problema da evolução morfológica de uma praia.

Capítulo 3 apresenta o modelo numérico de discretização das equações, geração das malhas e condições de contorno.

Capítulo 4 se valida o modelo com um caso teórico.

Capítulo 5 estão incluídas as referências.

**CAPÍTULO 2: APRESENTAÇÃO TEÓRICA DO
PROBLEMA**

2. Apresentação Teórica do Problema

2.1 Introdução

O modelo EROS é um modelo numérico que resolve as equações do fluxo de sedimentos dentro da zona de arrebentação, bem como as alterações na batimetria associadas às variações espaciais do transporte de sedimentos. Considera como dados de entrada:

- Dados de saída de ondas calculados pelo modelo OLUCA¹ (ver Manual de Referência do OLUCA-MC e Manual de Referência do OLUCA-SP (IH CANTABRIA – MMA, 2017a; 2017b));
- Dados de saída do campo de correntes geradas por quebra das ondas calculados pelo modelo COPLA² (ver Manual de Referência do COPLA-MC/SP (IH CANTABRIA – MMA, 2017c));
- Dados de características do sedimento da praia.

Os modelos morfodinâmicos para a zona de arrebentação são utilizados para prever a evolução morfológica de uma praia em planta (em curto prazo) submetida à ação de determinadas condições de ondas. O conceito de “curto prazo” deve ser entendido como a escala de tempo de validade do modelo (horas – dias). Ou seja, estes modelos são úteis para simular o comportamento em planta de uma praia submetida à ação de uma tempestade (por exemplo, um estado do mar de 8 horas de duração, com $H_{rms} = 3m$ e $T_p = 10s$).

Os modelos morfodinâmicos baseiam-se na modelagem de processos físicos que afetam a praia, propagação de ondas, correntes geradas por quebra, transporte de sedimentos e variação da batimetria. Em função da interação entre esses componentes, podem-se definir dois tipos de modelos:

- Modelos de erosão-sedimentação inicial (ESI);
- Modelos de evolução morfodinâmica (MEM).

Os modelos de erosão-sedimentação inicial (ESI) avaliam a variação da batimetria sem levar em conta a interação entre componentes. Isto é, não consideram

1 OLUCA-MC para ondas monocromática e OLUCA-SP para ondas espectrais.

2 COPLA-MC para ondas monocromática e COPLA-SP para ondas espectrais.

a influência da variação do fundo na hidrodinâmica (ondas e correntes), conforme apresentado no fluxograma da Figura 1.

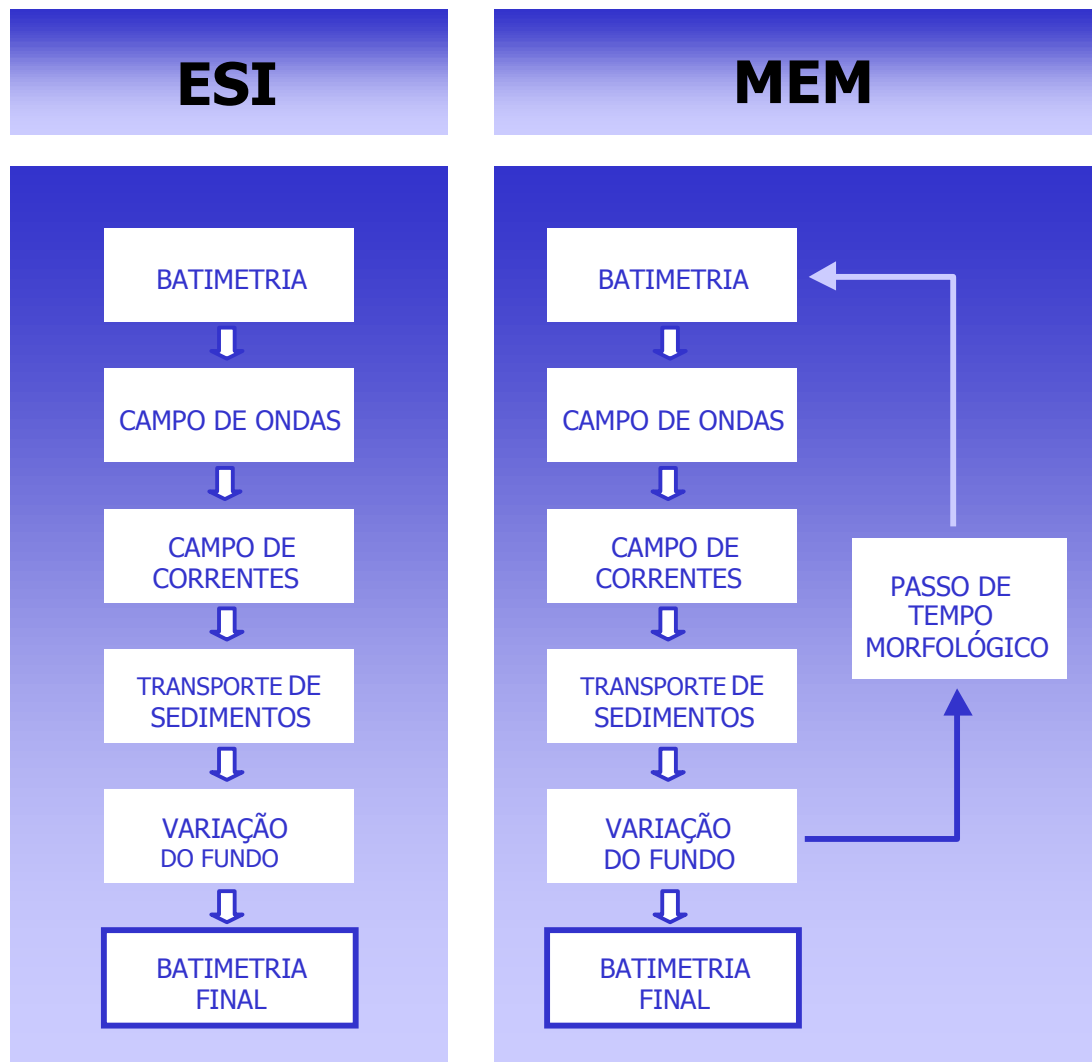


Figura 1 – Fluxograma dos modelos ESI e MEM.

Os modelos de evolução morfodinâmica (MEM) levam em conta a interação entre a variação do fundo e as condições hidrodinâmicas. Em geral, admitem-se algumas condições hidrodinâmicas estacionárias durante um intervalo de tempo específico, dando origem a variação do fundo. Com a nova batimetria são recalculadas as condições hidrodinâmicas e os novos fluxos de transporte. Este ciclo fechado é realizado até a finalização do evento que se deseja simular (ver Figura 1).

O modelo EROS permite a simulação morfodinâmica tanto no modo ESI como no MEM. O modo ESI permite, rapidamente, conhecer a tendência inicial de erosão-

sedimentação de uma praia submetida a determinadas condições hidrodinâmicas. O modo MEM é utilizado quando se quer ter uma estimativa das variações da batimetria de uma praia frente à ação de uma tempestade. É importante salientar que o tempo computacional no modo MEM é muito maior do que o modo ESI, uma vez que se deve recalculer tanto as ondulações como as correntes.

2.2 Modelo de erosão/sedimentação de praias – EROS

2.2.1 Estrutura do modelo EROS

Na simulação da evolução morfológica de uma praia é necessário que cada um dos elementos que modelam os processos físicos estejam perfeitamente integrados, dado a forte dependência existente entre eles:

- Ondas
- Correntes
- Transporte de sedimentos
- Variações do fundo

O modelo EROS é alimentado pelos resultados das ondas (OLUCA-MC/SP) e das correntes (COPLA-MC/SP). Com estas condições hidrodinâmicas (a batimetria inicial e as características do sedimento) o programa calcula o transporte de sedimentos. A partir dos fluxos de transporte é obtida a taxa de tempo de variação do fundo. Neste ponto, cabem duas possibilidades: simulação no modo ESI e simulação no modo MEM. No modo ESI é resolvida a equação da conservação do sedimento aceitando que no intervalo de duração do evento, $t_f - t_0$, as condições hidrodinâmicas não variam. No modelo MEM, entretanto, o passo de tempo morfodinâmico, Δt_m , depende dos critérios de estabilidade:

- Critério de estabilidade numérica de Courant de migração das formas de leito.
- Máxima variação admitida do fundo.

A estrutura do EROS é a seguinte (Figura 2):

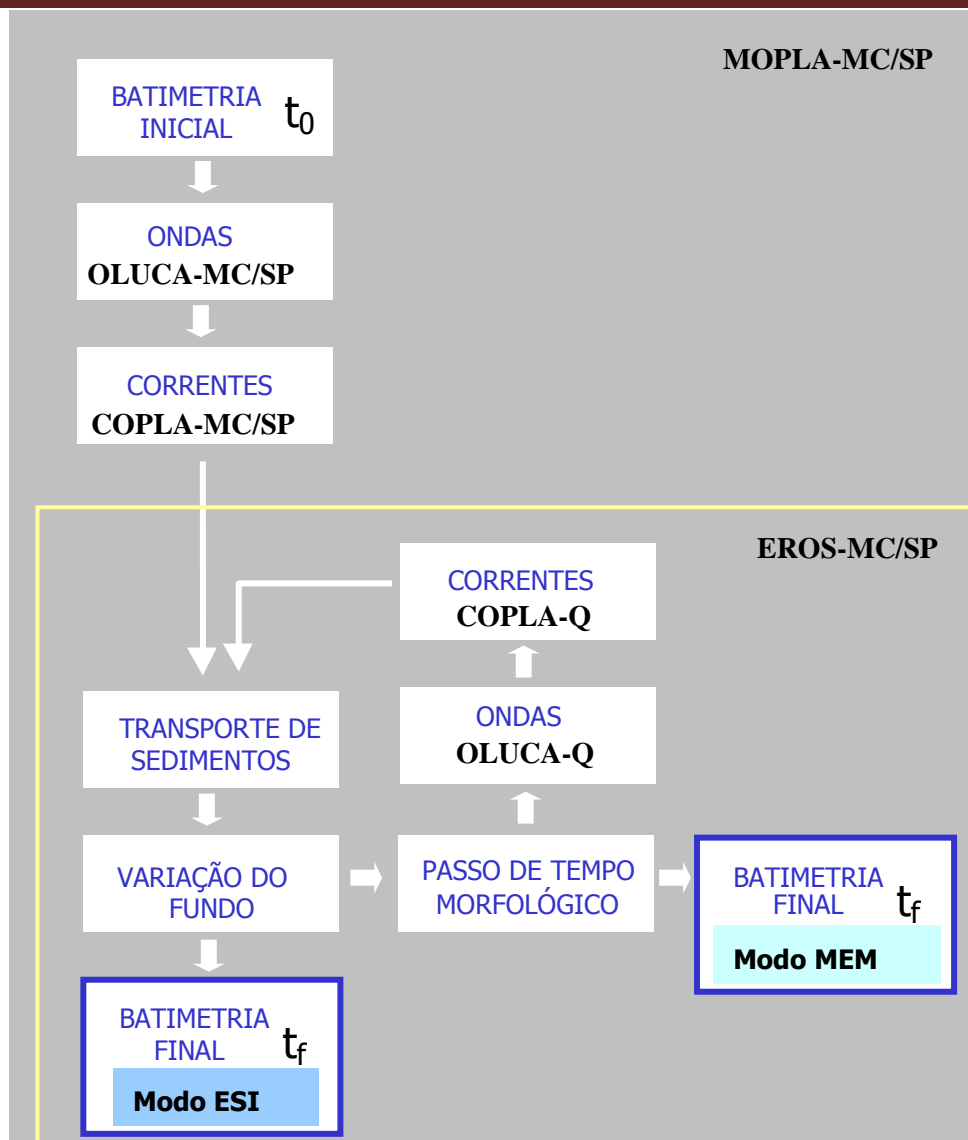


Figura 2 – Estrutura EROS.

Uma vez definido o passo de tempo se resolve a equação de conservação do sedimento. Ao alterar a batimetria, as características hidrodinâmicas do sistema são alteradas, sendo necessário portanto voltar a calcular as ondas e as correntes na quebra da onda. O modelo finaliza após a conclusão da duração do evento que está sendo simulado.

Em seguida, é descrita, de forma resumida, as características de cada um dos módulos que compõem o modelo EROS.

2.2.2 Modelo de propagação de ondas OLUCA-MC

O modelo OLUCA-MC está detalhadamente descrito no Manual de Referência do OLUCA-MC (IH CANTABRIA – MMA, 2017a).

O modelo resolve a aproximação parabólica da equação da declividade suave que inclui os processos de empinamento (*shoaling*) da onda, refração, difração e dissipação de energia pela quebra. O modelo apresenta como resultado o campo de ondas (altura e direção da frente da onda) em todo o domínio do cálculo.

2.2.3 Modelo de propagação de ondas OLUCA-SP

O modelo OLUCA-SP está detalhadamente descrito no Manual de Referência do OLUCA-SP (IH CANTABRIA – MMA, 2017b).

O modelo resolve a aproximação parabólica da equação da declividade suave que inclui os processos de empinamento (*shoaling*), refração, difração e dissipação de energia pela quebra para um espectro de energia discretizado em frequências e direções. A dissipação de energia por quebra é modelada conforme diversos modelos descritos no estado da arte (BATTJES; JANSSEN, 1978; THORNTON; GUZA, 1983; RATTANAPITIKON; SHIBAYAMA, 1998). O modelo apresenta como resultado o campo de ondas (altura significativa de onda e direção do fluxo médio de energia) em todo o domínio do cálculo.

2.2.4 Modelo de correntes geradas pela quebra de ondas COPLA-MC e COPLA-SP

Os modelos COPLA-MC e COPLA-SP estão descritos detalhadamente no Manual de Referência do COPLA-MC/ SP (IH CANTABRIA – MMA, 2017c).

Este modelo resolve as equações de Navier-Stokes integradas na vertical e calcula a média em um período de ondas. As forças que induzem o campo de correntes e as variações do nível médio são os gradientes do tensor de radiação.

Os resultados do modelo são o campo vetorial de velocidades e o campo de níveis.

2.2.5 Modelo de transporte de sedimentos

O módulo de transporte determina o transporte de sedimentos baseado no campo de ondas e no campo de correntes.

Optou-se por duas formulações amplamente aceitas no estado da arte:

- Bailard (1981)
- Soulsby – Van Rijn (1997)

As duas formulações computam o transporte total, que é a soma do transporte em suspensão e do transporte de fundo. Nos próximos itens (2.2.5.1 e 2.2.5.2) é realizada uma breve descrição de cada uma delas.

2.2.5.1 Formulação de Bailard

A equação derivada por Bailard (1981) (1) pode ser escrita como a soma de quatro termos (2 - 5):

$$\vec{q}_t = \vec{q}_{bo} - \vec{q}_{bs} + \vec{q}_{so} - \vec{q}_{ss} \quad (1)$$

sendo:

$$\vec{q}_{bo} = \frac{C_f \varepsilon_B}{g(s-1) \tan \phi} \langle |\vec{u}|^2 \vec{u} \rangle \quad (2)$$

$$\vec{q}_{bs} = \frac{C_f \varepsilon_B \tan \beta}{g(s-1) \tan^2 \phi} \langle |\vec{u}|^3 \rangle \vec{i} \quad (3)$$

$$\vec{q}_{so} = \frac{C_f \varepsilon_s}{g(s-1) w_s} \langle |\vec{u}|^3 \vec{u} \rangle \quad (4)$$

$$\vec{q}_{ss} = \frac{C_f \varepsilon_s^2 \tan \beta}{g(s-1) w_s^2} \langle |\vec{u}|^5 \rangle \vec{i} \quad (5)$$

onde:

g = aceleração da gravidade (m/s^2)

$s = \rho_s/\rho_w$, é a densidade relativa

ρ_s = densidade do sedimento (ton/m^3)

ρ_w = densidade da água (ton/m^3)

C_f = coeficiente de atrito, tal que $\vec{\tau} = \rho C_f |\vec{u}| \vec{u}$

$\vec{\tau}$ = tensão tangencial no fundo (Nw/m^2)

\vec{u} = velocidade no fundo devido à ação conjunta de onda-corrente (m/s)

ϕ = ângulo de atrito interno do sedimento ($^\circ$)

$\tan\beta$ = declividade do fundo (-)

\vec{i} = vetor unitário na direção da declividade para cima (-)

w_s = velocidade de queda do grão (m/s)

ε_B = fator de eficiência do transporte pelo fundo (=0,1)

ε_s = fator de eficiência do transporte em suspensão (=0,02)

$\langle . \rangle$ = média de tempo

$| |$ = valor absoluto

Os termos representam:

\vec{q}_t = transporte total de fundo e suspensão (q_x, q_y)

\vec{q}_{bo} = transporte de fundo sobre leito plano

\vec{q}_{bs} = transporte de fundo devido ao efeito da declividade

\vec{q}_{so} = transporte em suspensão sobre o leito plano

$\overline{q_{ss}}$ = transporte em suspensão devido ao efeito da declividade.

O vetor da velocidade no fundo pode ser expresso conforme:

$$\vec{u} = \overline{u_{orb}} + \vec{\bar{u}} \quad (6)$$

onde:

$\overline{u_{orb}}$ = é o vetor da velocidade no fundo devido à ação das ondas ($u_{orb,x}$, $u_{orb,y}$)

$\vec{\bar{u}}$ = é o vetor de velocidade média integrada na vertical (corrente por quebra de onda), (\bar{u}, \bar{v}) .

Admitindo uma decomposição da velocidade conforme os eixos x e y tem-se:

$$\vec{u} = (u_{orb,x} + \bar{u})\vec{i} + (u_{orb,y} + \bar{v})\vec{j} \quad (7)$$

onde a velocidade orbital na teoria linear é definida como:

$$u_{orb} = \frac{\pi H}{T \sinh(kh)} \quad (8)$$

$u_{orb,x} = u_{orb} \cos \theta$; $u_{orb,y} = u_{orb} \sin \theta$ sendo k o número de onda, T o período, h a profundidade, H a altura da onda, θ o ângulo de incidência de onda.

Para ondas irregulares, Soulsby (1997) propõe utilizar os parâmetros espectrais de período de pico, T_p , e altura quadrática média de onda, H_{rms} para substituir T e H . Além disso, neste modelo se pressupõe que o ângulo de incidência de onda, θ , corresponda com a direção do fluxo médio de energia, θ_m .

2.2.5.2 Formulação de Soulsby – Van Rijn

Soulsby (1997) sugere uma expressão analítica experimental que se aproxima bastante da formulação para onda-corrente de Van Rijn (1993).

A equação (9) avalia tanto o transporte de fundo como por suspensão sobre o fundo horizontal.

$$q_t = A_s \bar{U} \left[\left(\bar{U}^2 + \frac{0,018}{C_D} U_{rms}^2 \right)^{1/2} - \bar{U}_{cr} \right]^{2,4} \quad (9)$$

onde:

$$q_t = (q_x, q_y)$$

$$A_s = A_{sb} + A_{ss}$$

$$A_{sb} = \frac{0,005h \left(\frac{D_{50}}{h} \right)^{1,2}}{[(s-1)gD_{50}]^{1,2}}$$

$$A_{ss} = \frac{0,012D_{50}D_*^{-0,6}}{[(s-1)gD_{50}]^{1,2}}$$

\bar{U} = velocidade média na vertical (\bar{u}, \bar{v})

U_{rms} = velocidade orbital quadrática-média, $U_{rms} = (u_{orb}, v_{orb,y})_{rms}$

$$C_D = \left[\frac{0,40}{\ln(h/z_0 - 1)} \right]^2 = \text{coeficiente de atrito devido à corrente}$$

\bar{U}_{cr} = velocidade crítica de início do movimento (assumindo a rugosidade efetiva

$$K_s = 3D_{90}, D_{90} = 2D_{50})$$

$$\bar{U}_{cr} = 0,19(D_{50})^{0,1} \log_{10} \left(\frac{4h}{D_{90}} \right) \quad 0,1 \leq D_{50} \leq 0,5mm$$

$$\bar{U}_{cr} = 8,5(D_{50})^{0,6} \log_{10} \left(\frac{4h}{D_{90}} \right) \quad 0,5 \leq D_{50} \leq 2mm$$

onde:

h = profundidade

D_{50} = diâmetro médio do sedimento

D_{90} = diâmetro que está excedido por 10% do peso de uma amostra de sedimento

z_0 = rugosidade de fundo ($\cong 0,006$ m)

s = densidade relativa

g = aceleração da gravidade

ν = viscosidade cinemática da água ($\nu = 2 \times 10^{-6} \text{ m}^2/\text{s}$) $D_* = \left[\frac{g(s-1)}{\nu^2} \right]^{1/3} D_{50}$

2.2.5.3 Influência da declividade do fundo

O modelo EROS considera o efeito da declividade do fundo no início do transporte (ver VAN RIJN, 1993). Assim, o efeito que a tensão crítica apresenta com uma declividade longitudinal, é:

$$\frac{\tau_{acr}}{\tau_{cr}} = K_\alpha = \frac{\text{sen}(\phi - \alpha)}{\text{sen } \phi} \text{ fluxo na direção da declividade } (K_\alpha < 1) \quad (10)$$

$$\frac{\tau_{acr}}{\tau_{cr}} = K_\alpha = \frac{\text{sen}(\phi + \alpha)}{\text{sen } \phi} \text{ fluxo na direção contra a declividade } (K_\alpha > 1) \quad (11)$$

onde:

α = declividade longitudinal do fundo

ϕ = ângulo de atrito interno

τ_{cr} = esforço crítico do início do movimento no fundo plano ($\tau_{cr} = \theta_{cr}(\rho_s - \rho)gD_{50}$)

θ_{cr} = parâmetro crítico do início do movimento de Shields

τ_{acr} = esforço crítico de início do movimento no fundo com declividade longitudinal

O efeito que a tensão crítica tem sobre uma declividade transversal :

$$\frac{\tau_{\beta cr}}{\tau_{cr}} = K_\beta = \left[1 - \frac{\tan^2 \beta}{\tan^2 \phi} \right]^{1/2} \cos \beta \quad (12)$$

onde:

β = declividade transversal ao fluxo

$\tau_{\beta cr}$ = esforço crítico de início do movimento no fundo com declividade transversal.

O efeito combinado pode ser aproximado conforme:

$$\frac{\tau_{\beta cr}}{\tau_{cr}} = K_{\alpha} K_{\beta} \quad (13)$$

Ou seja, a tensão crítica do início do movimento depende de dois fatores, K_{α} e K_{β} , onde cada um avalia o efeito que tem a declividade do fundo sobre um fluxo longitudinal e transversal, respectivamente.

2.2.5.4. Diâmetro equivalente para o transporte

As formulações de transporte apresentadas avaliam as taxas de transporte para um determinado tamanho de grão. No entanto, as praias apresentam distribuições granulométricas muito distintas da homogênea, portanto, representar o transporte através de um único parâmetro, D_{50} pode levar a resultados errados.

Van Rijn (1993) obteve o diâmetro equivalente para o transporte em suspensão de forma que este diâmetro transportado, corresponde a distribuição granulométrica:

$$D_{eq} = [1 + 0,011(\sigma_s - 1)(T - 25)]D_{50} \quad 0 \leq T \leq 25 \quad (14)$$

$$= D_{50} \quad T \geq 25 \quad (15)$$

onde:

$$\sigma_s = \frac{1}{2} \left(\frac{D_{84}}{D_{50}} + \frac{D_{50}}{D_{16}} \right)$$

$$T = \frac{\tau'_{b,c} - \tau_{b,cr}}{\tau_{b,cr}}$$

$$\tau'_{b,c} = \rho g \left(\frac{\bar{U}}{C'} \right)^2$$

$$C' = 18 \log_{10} \left(\frac{12h}{3D_{90}} \right)$$

\bar{U} = velocidade média na profundidade

$$\tau_{b,cr} = \tau_{b,cr,0} K_\alpha K_\beta$$

$$\tau_{b,cr,0} = \theta_{cr} g (\rho_s - \rho) D_{50}$$

$$\theta_{cr} = \frac{0,3}{1 + 1,2D_*} + 0,055 [1 - \exp(-0,02D_*)]$$

$$D_* = \left[\frac{g(s-1)}{v^2} \right]^{1/3} D_{50}$$

2.2.6 Modelo de conservação e estabilidade do sedimento

2.2.6.1 Equação de conservação do sedimento

Uma vez calculado o vetor transporte de sedimentos, $\vec{q}_t = (q_x, q_y)$, é resolvida a equação de conservação do sedimento (16):

$$\frac{\partial h}{\partial t} = \frac{1}{1-n} \left(\frac{\partial q_x}{\partial x} + \frac{\partial q_y}{\partial y} \right) \quad (16)$$

onde:

h = calado (m)

n = porosidade (-)

2.2.6.2 Critérios de estabilidade

Aplicou-se um critério físico, baseado na estabilidade de taludes: se a declividade em algum ponto da batimetria exceder o ângulo de atrito interno do sedimento, é produzido um desmoronamento de material até que se alcance o equilíbrio.

2.2.7 Modelo de perturbação de onda OLUCA-Q

Os Modelos de Evolução Morfológica (MEM) recalculam continuamente o campo de ondas, retardando a simulação. Sempre que se calcula o transporte e as variações da batimetria, as características da onda (magnitude e direção) variam.

Com o objetivo de simplificar a tarefa de cálculo, o Grupo de Engenharia do Instituto Hidráulico da Cantabria (IH Cantabria) desenvolveu um modelo, OLUCA-Q, o qual, a partir do campo de onda inicial obtém os novos campos de ondas (MÉNDEZ; MEDINA, 2001).

É importante destacar que o modelo proposto assume a onda monocromática. Isto é, as variáveis utilizadas são H , T , θ e k . Se a onda foi calculada com o OLUCA-SP, assume-se que as variáveis que utilizam o modelo OLUCA-Q são H_{rms} , T_p , θ_m e k_p (número de onda associado ao período de pico). No desenvolvimento apresentado abaixo são omitidos os sub-índices, não fazendo distinção entre ondas monocromáticas e espectrais.

O requisito indispensável para a aplicabilidade do modelo é que as variações máximas na batimetria entre duas etapas do modelo morfodinâmico devem ser pequenas, até 10cm. Com esta condição, podem-se admitir as variações da batimetria, como uma perturbação:

$$h \rightarrow h + \delta h \quad (17)$$

onde:

h = profundidade em um ponto do domínio (m)

δh = perturbação do fundo induzida pelo transporte (m).

Se o calado variou de forma infinitesimal, o campo de onda também foi perturbado da mesma maneira:

$$H \rightarrow H + \delta H \quad (18)$$

$$\theta \rightarrow \theta + \delta \theta \quad (19)$$

onde:

H = altura de onda (m)

δH = variação da altura de onda induzida pelas variações do fundo (m)

θ = ângulo da onda

$\delta\theta$ = variação do ângulo induzida pelas variações do fundo

A hipótese fundamental do modelo é que as variações do campo de onda, induzidas pelas variações do fundo, se devem somente aos fenômenos de refração e empinamento (*shoaling*); ou seja, não considera a difração.

Sob esta hipótese, se deve utilizar as equações 20 e 21 para obter δH e $\delta\theta$, respectivamente:

- irrotacionalidade do número de onda:

$$\frac{\partial(k \operatorname{sen} \theta)}{\partial x} - \frac{\partial(k \cos \theta)}{\partial y} = 0 \quad (20)$$

- conservação do fluxo de energia:

$$\frac{\partial}{\partial x}(EC_g \cos \theta) + \frac{\partial}{\partial y}(EC_g \operatorname{sen} \theta) = 0 \quad (21)$$

onde:

k = número de onda que cumpre a relação de dispersão $\sigma^2 = g k \tanh kh$

σ = frequência angular da onda

C_g = celeridade de grupo $C_g = cn$

c = celeridade da onda $c = \sigma/k$

$$n = \frac{1}{2} \left(1 + \frac{2kh}{\operatorname{senh} 2kh} \right)$$

E = energia da onda $E = \frac{1}{8} \rho g H^2$

As equações perturbadas são:

$$\frac{\partial}{\partial x}(\delta k \sin \theta + k \cos \theta \delta \theta) - \frac{\partial}{\partial y}(\delta k \cos \theta - k \sin \theta \delta \theta) = 0 \rightarrow \delta \theta \quad (22)$$

$$\frac{\partial}{\partial x}(\delta E C_g \cos \theta + E \cos \theta \delta C_g - E C_g \sin \theta \delta \theta) + \frac{\partial}{\partial y}(\delta E C_g \sin \theta + E \sin \theta \delta C_g + E C_g \cos \theta \delta \theta) = 0 \rightarrow \delta H \quad (23)$$

onde:

$$\delta k = \frac{-2k^2}{\sinh 2kh + 2kh} \delta h$$

$$\delta c = -\frac{\sigma}{k^2} \delta k$$

$$\delta n = \frac{h\delta k + k\delta h}{\sinh 2kh} \left(1 - \frac{2kh}{\tanh 2kh}\right)$$

$$\delta C_g = \frac{\sigma}{k} \delta n - \frac{\sigma}{k^2} n \delta k$$

$$\delta E = 2H\delta H \frac{1}{8} \rho g$$

Resolve-se o sistema de equações perturbadas, ao se obter a δH e $\delta \theta$. Finalmente, após as variações do fundo o novo campo de ondas fica:

$$H' = H + \delta H \quad (24)$$

$$\theta' = \theta + \delta \theta \quad (25)$$

2.2.8 Modelo de perturbação das correntes geradas pela quebra de ondas COPLA-Q

De forma paralela como ocorre com as ondas, as variações do fundo juntamente com as mudanças na altura de onda e direção, modificam as correntes geradas pela quebra da onda e o nível médio, uma vez que o termo forçante (tensor de radiação) é perturbado. Para um trem de onda monocromática o resultado é:

$$S_{xx} = E \left(n \cos^2 \theta + n - \frac{1}{2} \right) \rightarrow$$

$$\delta S_{xx} = \delta E \left(n \cos^2 \theta + n - \frac{1}{2} \right) + E(\cos^2 \theta + 1)\delta n - En \sin 2\theta \delta \theta \quad (26)$$

$$S_{yy} = E \left(n \sin^2 \theta + n - \frac{1}{2} \right) \rightarrow$$

$$\delta S_{yy} = \delta E \left(n \sin^2 \theta + n - \frac{1}{2} \right) + E(\sin^2 \theta + 1)\delta n + En \sin 2\theta \delta \theta \quad (27)$$

$$S_{xy} = E \sin \theta \cos \theta \rightarrow$$

$$\delta S_{xy} = \delta E \sin \theta \cos \theta + E \cos 2\theta \delta \theta \quad (28)$$

Assim, o modelo COPLA-Q resolve as correntes geradas pela quebra (ver o Manual de Referência do COPLA-MC/SP (IH CANTABRIA – MMA, 2017c)) a partir do novo tensor de radiação:

$$S'_{xx} = S_{xx} + \delta S_{xx} \quad (29)$$

$$S'_{yy} = S_{yy} + \delta S_{yy} \quad (30)$$

$$S'_{xy} = S_{xy} + \delta S_{xy} \quad (31)$$

obtendo o novo campo de correntes:

$$U' = U + \delta U \quad (32)$$

$$V' = V + \delta V \quad (33)$$

$$\eta' = \eta + \delta \eta \quad (34)$$

**CAPÍTULO 3: FORMULAÇÃO NUMÉRICA DO
PROBLEMA**

3. Formulação Numérica do Problema

3.1 Introdução

Neste capítulo será descrito a resolução numérica dos problemas, cujas equações foram apresentadas no capítulo anterior. Na segunda seção é descrita a discretização do domínio. Na terceira seção as equações de conservação do sedimento são discretizadas, estabelecidas as condições iniciais, bem como as de contorno e a estabilidade numérica do modelo é analisada. Na quarta seção é mostrado o esquema numérico adotado no modelo OLUCA-Q.

3.2 Discretização do domínio

Para a aplicação do modelo em um caso geral, as equações apresentadas no capítulo anterior são resolvidas através de um método de diferenças finitas sobre uma malha retangular.

A resolução numérica das equações necessita transformar o domínio contínuo em domínio discreto, formado por uma rede mais ou menos densa de pontos ou nós que definem cada uma das variáveis envolvidas no problema.

Dado que o modelo EROS-MC/SP utiliza os resultados da propagação do modelo OLUCA-MC/SP e os resultados das correntes geradas por quebra de onda do modelo COPLA- MC/SP, as malhas com a batimetria são as mesmas.

Na Figura 3 é apresentado um esquema da malha de referência com a orientação do sistema dos eixos de referência e dimensionamento.

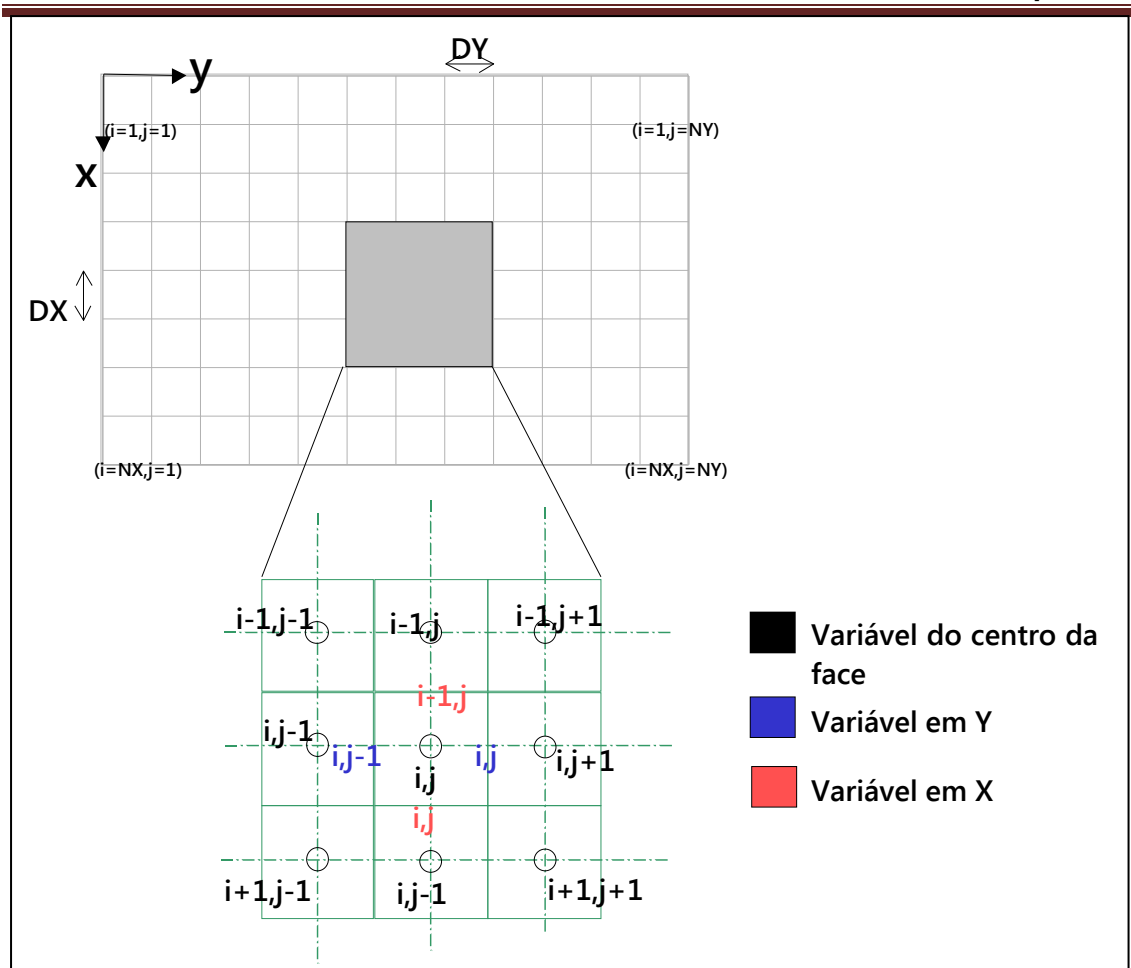


Figura 3 – Malha de referência.

3.3 Equação de conservação do sedimento

A equação da continuidade do sedimento é resolvida utilizando um esquema explícito centrado no espaço e adiantado no tempo, (FCTS = *Forward – Time Central – Space*). Para corrigir a difusão numérica gerada por este esquema, são afetadas as taxas de transporte q_x (35) e q_y (36) de um fator que depende da declividade do local e que corrige a difusão:

$$q_x^* = q_x \left(1 + \alpha_1 \frac{\partial h}{\partial x} \right) \quad (35)$$

$$q_y^* = q_y \left(1 + \alpha_1 \frac{\partial h}{\partial y} \right) \quad (36)$$

onde:

(q_x^*, q_y^*) é o vetor de transporte que será introduzido na equação de conservação do sedimento e α_1 é um coeficiente que pode ser aproximado como $\alpha_1 = \frac{\alpha_2 \beta (\Delta x, \Delta y)}{2h}$

sendo:

α_2 = coeficiente (1-5)

β = potência da fórmula (3-4)

h = profundidade

$\Delta x, \Delta y$ = tamanho da célula.

Finalmente, resulta em:

$$\frac{h_{ij}^{t+1} - h_{ij}^t}{\Delta t_m} = \frac{1}{1-n} \left(\frac{q_{x,i,j}^* - q_{x,i-1,j}^*}{\Delta x} + \frac{q_{y,i,j}^* - q_{y,i,j-1}^*}{\Delta y} \right) \quad (37)$$

3.3.1 Passo de tempo morfológico

3.3.1.1 Critério de Courant

Ao utilizar um esquema explícito na resolução numérica da equação de conservação do sedimento, o número de Courant deve ser menor que um (1).

Para um número de Courant dado, o máximo passo de tempo é dado a partir de:

$$\Delta t = \frac{\sigma \Delta x}{C_b} \quad (38)$$

onde:

σ = número de Courant (-)

C_b = celeridade de propagação das variações do leito

Assumindo que C_b pode ser expresso em função da potência da fórmula de transporte (β) e do fluxo de transporte (q_t) C_b resulta em:

$$C_b = \frac{\beta q_t}{(1-n)h} \quad (39)$$

Finalmente, o passo ideal de tempo é:

$$\Delta t_1 = \frac{\sigma \Delta x h}{\beta q_t} \quad (40)$$

O valor mínimo de Δt_1 ao longo de todo o domínio do cálculo determina o passo de tempo morfodinâmico pelo critério de Courant.

3.3.1.2 Máxima perturbação admissível do fundo

Como já visto no Capítulo 2, o modelo OLUCA-Q calcula as variações do campo de ondas inicial, a partir de um campo de ondas inicial, juntamente com as variações da batimetria. Para poder aplicar este modelo é necessário que as variações do fundo sejam suficientemente pequenas para admitir a teoria das perturbações. Nos testes realizados foi comprovado que para uma variação máxima do fundo na ordem de $\Delta h_{max} = 10\text{cm}$ (5cm – 30cm), os resultados do campo de ondas perturbado são satisfatórios.

Se a variação máxima do fundo permitida é Δh_{max} , o passo de tempo morfodinâmico Δt_2 pode ser calculado como:

$$\frac{\Delta h_{max}}{\Delta t_2} = \frac{1}{1-n} \left(\frac{\partial q_x}{\partial x} + \frac{\partial q_s}{\partial y} \right) \rightarrow \Delta t_2 = \frac{\Delta h_{max}}{\frac{1}{1-n} \left(\frac{\partial q_x}{\partial x} + \frac{\partial q_s}{\partial y} \right)} \quad (41)$$

Ou seja, o valor máximo em todo o domínio da divergência do campo vetorial de transporte define o passo de tempo Δt_2 .

Uma vez definidos os dois critérios de estabilidade, o passo de tempo morfodinâmico é definido como:

$$\Delta t_m = \min(\Delta t_1, \Delta t_2) \quad (42)$$

3.3.2 Condições iniciais e de contorno

A condição inicial é a batimetria inicial no domínio do cálculo. As condições de contorno são fixadas pelo modelo COPLA-MC/SP. Se o contorno é fechado, então:

$$q_n = 0$$

onde n é a direção perpendicular ao contorno. Se o contorno é aberto, deve-se cumprir:

$$\frac{\partial q}{\partial n} = 0$$

3.3.3 Filtros espaciais

Com o objetivo de reduzir os ruídos numéricos inerentes a todo esquema numérico, é passado um filtro nas variáveis calculadas. O filtro foi escolhido, de forma que seja produzida uma redução máxima dos erros numéricos sem perder as informações do processo calculado. Para toda variável X , obtém-se:

$$\begin{aligned} \overline{X_{i,j}} = & X_{i,j}(1 - 2\mu + \mu^2) + X_{i,j-1}(0,5\mu - 0,5\mu^2) + X_{i,j+1}(0,5\mu - 0,5\mu^2) + \\ & X_{i-1,j}(0,5\mu - 0,5\mu^2) + X_{i-1,j-1}(0,25\mu^2) + X_{i-1,j+1}(0,25\mu^2) + X_{i+1,j}(0,5\mu - 0,5\mu^2) + \\ & X_{i+1,j-1}(0,25\mu^2) + X_{i+1,j+1}(0,25\mu^2) \end{aligned} \quad (43)$$

com $\mu = 0,5$ resultando em:

$$\begin{aligned} \overline{X_{i,j}} = & \frac{1}{4}X_{i,j} + \frac{1}{8}(X_{i,j-1} + X_{i,j+1} + X_{i-1,j} + X_{i+1,j}) + \frac{1}{16}(X_{i-1,j-1} + X_{i-1,j+1} + \\ & X_{i+1,j-1} + X_{i+1,j+1}) \end{aligned} \quad (44)$$

3.4 Modelo OLUCA-Q

Dalrymple (1988) resolve a propagação de um trem linear de ondas sobre um fundo irregular considerando os efeitos de refração e empinamento (*shoaling*). O esquema numérico adotado pelo autor é o mesmo utilizado para resolver as equações perturbadas:

$$\frac{\partial A}{\partial x} - \frac{\partial B}{\partial y} = 0 \quad (45)$$

$$\frac{\partial C}{\partial x} + \frac{\partial D}{\partial y} = 0 \quad (46)$$

$$A = \delta k \sin \theta + k \cos \theta \delta \theta$$

$$B = \delta k \cos \theta - k \sin \theta \delta \theta$$

$$C = \delta EC_g \cos \theta + E \delta C_g \cos \theta - C_g \sin \theta \delta \theta$$

$$D = \delta EC_g \sin \theta + E \delta C_g \sin \theta - EC_g \cos \theta \delta \theta$$

Com a equação que tem as variáveis A e B (47) se resolve $\delta \theta$ (48) e com a equação em C e D (49) se resolve δH (50). O esquema numérico adotado baseia-se no “problema do cavalo (teoria dos grafos)”, como pode ser observado na Figura 4.

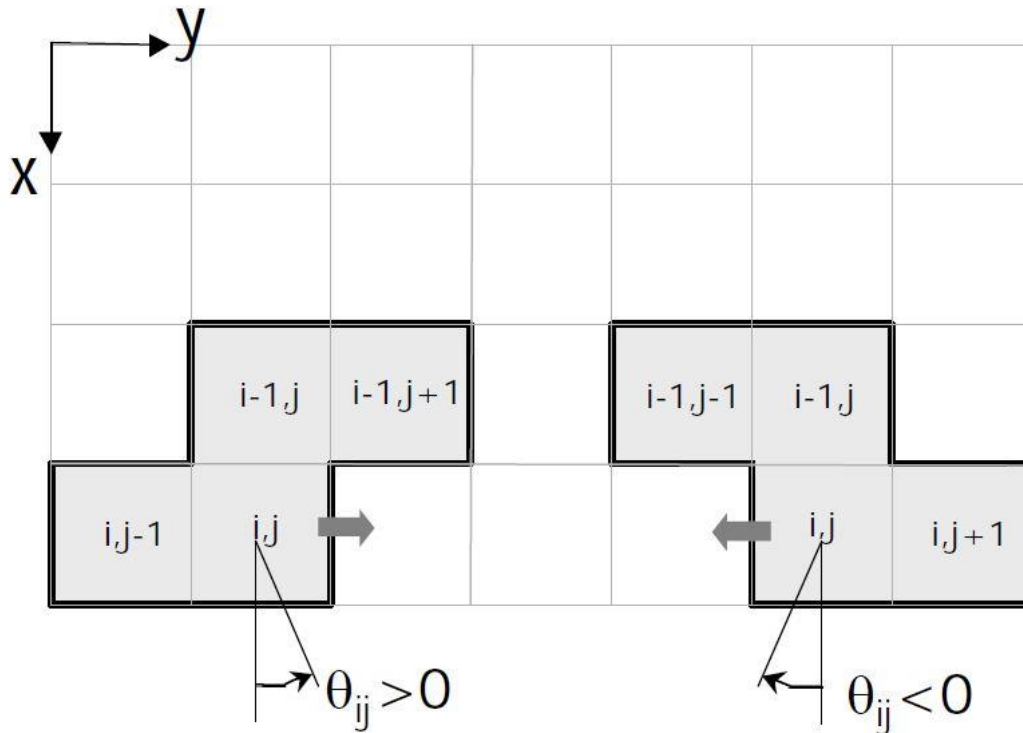


Figura 4 – Esquema numérico adotado pelo programa.

$$A_{ij} = A_{i-1j} + \sigma_k \xi [B_{ij} - B_{ij-\xi} + B_{i-1j+\xi} - B_{i-1j}] \quad (47)$$

onde se obtém $\delta \theta_{ij}$:

$$\delta \theta_{ij} = \frac{-\delta k_{ij} \sin \theta_{ij} + A_{i-1j} + \sigma_k \xi [\delta k_{ij} \cos \theta_{ij} - B_{ij-\xi} + B_{i-1j+\xi} - B_{i-1j}]}{k_{ij} \cos \theta_{ij} + k_{ij} \sin \theta_{ij} \sigma_k \xi} \quad (48)$$

sendo $\sigma_k = \frac{1 \Delta x}{2 \Delta y}$ e $\xi = 1$ se $\theta_{ij} \geq 0$, ou $\xi = -1$ se $\theta_{ij} < 0$.

Por outro lado,

$$C_{ij} = C_{i+j} + \sigma_F \xi [D_{ij} - D_{ij-\xi} + D_{i-1j+\xi} - D_{i-1j}] \quad (49)$$

onde se obtém δH_{ij} :

$$\delta H_{ij} = - \frac{E_1 + C_{i-1j} + \sigma_F \xi [F_1 - D_{ij-\xi} + D_{i-1j+\xi} + D_{i-1j}]}{2H_{ij} [C_{gij} \cos \theta_{ij} - \sigma_F \xi C_{gij} \sin \theta_{ij}]} \quad (50)$$

onde:

$$\sigma_F = - \frac{1 \Delta x}{2 \Delta y}$$

$$E_1 = H_{ij}^2 (\delta C_{ij} \cos \theta_{ij} - C_{gij} \sin \theta_{ij} \delta \theta_{ij})$$

$$F_1 = H_{ij}^2 (\delta C_{ij} \sin \theta_{ij} + C_{gij} \cos \theta_{ij} \delta \theta_{ij})$$

CAPÍTULO 4: VALIDAÇÃO DO MODELO EROS

4. Validação do Modelo EROS

O modelo EROS foi validado a partir do caso teórico apresentado em Nicholson *et al.* (1997):

- Praia com declividade uniforme: 1/50.
- Comprimento do quebramar = 300 m.
- Distância do quebramar até a linha de costa = 220 m.
- Tamanho do sedimento = 0,25 mm.
- Período de pico = 8,0s.
- Altura quadrática média de onda incidente = 2,0m.

4.1 Validação do Modo ESI

Na Figura 5 é mostrado o campo vetorial de transporte inicial do modelo da DHI (*Danish Hydraulic Institute*) e sobre o mesmo (em vermelho) os resultados obtidos com o EROS, através da formulação de Soulsby - Van Rijn.

Como pode ser observado, tanto na direção como na magnitude, os resultados são muito similares.

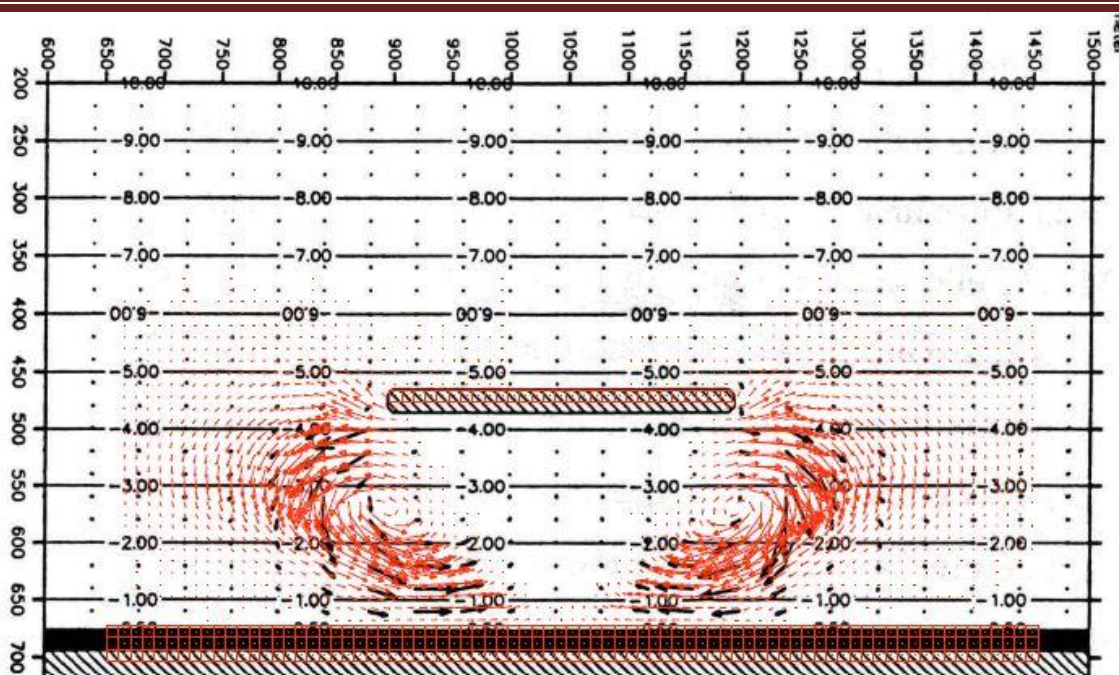
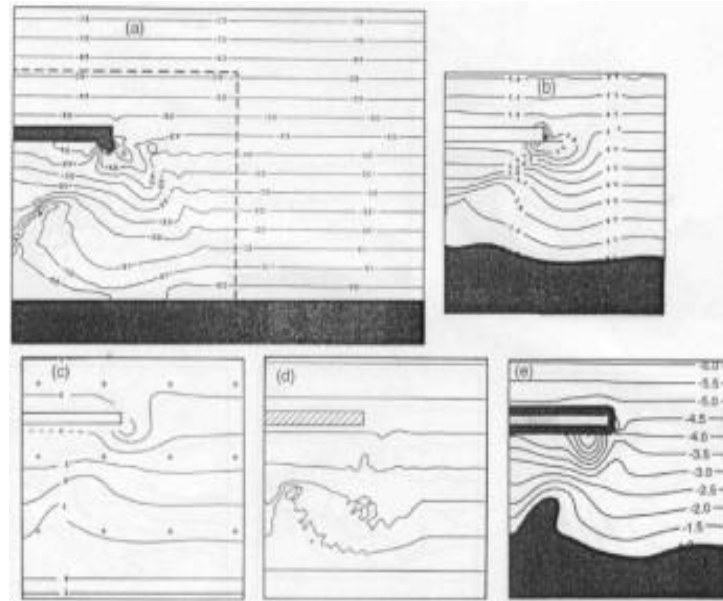


Figura 5 – Campo vetorial de transporte inicial do modelo *Danish Hydraulic Institute*. Em vermelho o resultado obtido pelo modelo EROS.

4.2 Validação do Modo MEM

A complexidade de uma modelagem a respeito da evolução morfológica de uma praia faz com que, no momento, a validação deva ser realizada a partir de um ponto de vista qualitativo. Em Nicholson *et al.* (1997) são apresentados os resultados dos modelos de vários dos principais grupos europeus de pesquisa, nos quais se pode apreciar a forte divergência existente entre eles.

Assim, é apresentado o resultado da evolução morfológica após 72 horas de ação ininterrupta das condições hidrodinâmicas externas. Na Figura 6 é mostrado o resultado dos 5 modelos apresentados em Nicholson *et al.* (1997). Como se pode ver, todos tendem a acumular material na área sombreada, tentando formar um tómbolo. Na Figura 7 são mostrados os resultados do EROS-MC, baseados na formulação de Soulsby – Van Rijn (24h) e Bailard (72h).



- (a) *Danish Hydraulic Institute* (Dinamarca)
- (b) *Delft Hydraulics* (Holanda)
- (c) *HR Wallingford* (Reino Unido)
- (d) Serviço Técnico Central de Portos marítimos (França)
- (e) Universidade de Liverpool (Reino Unido)

Figura 6 – Resultado dos cinco modelos apresentados em Nicholson *et al.* (1997).

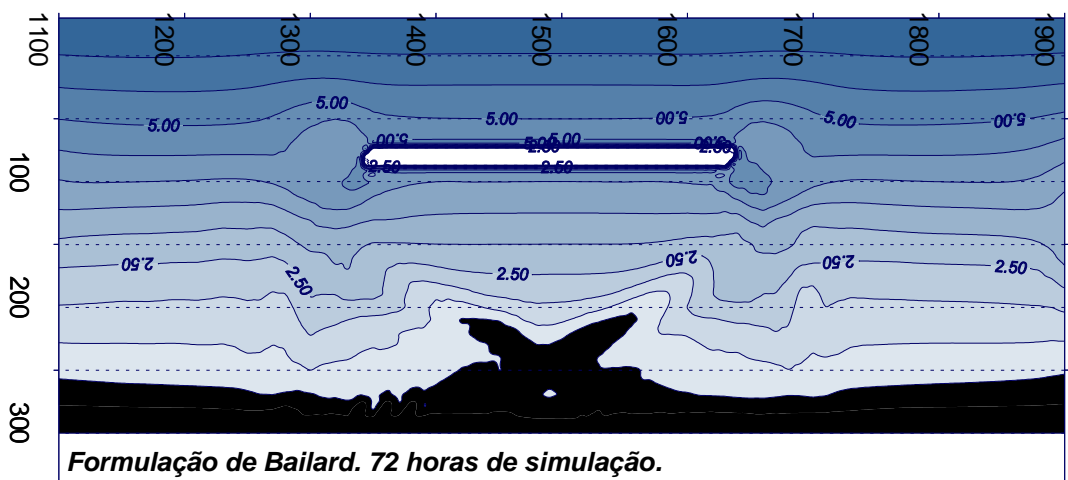
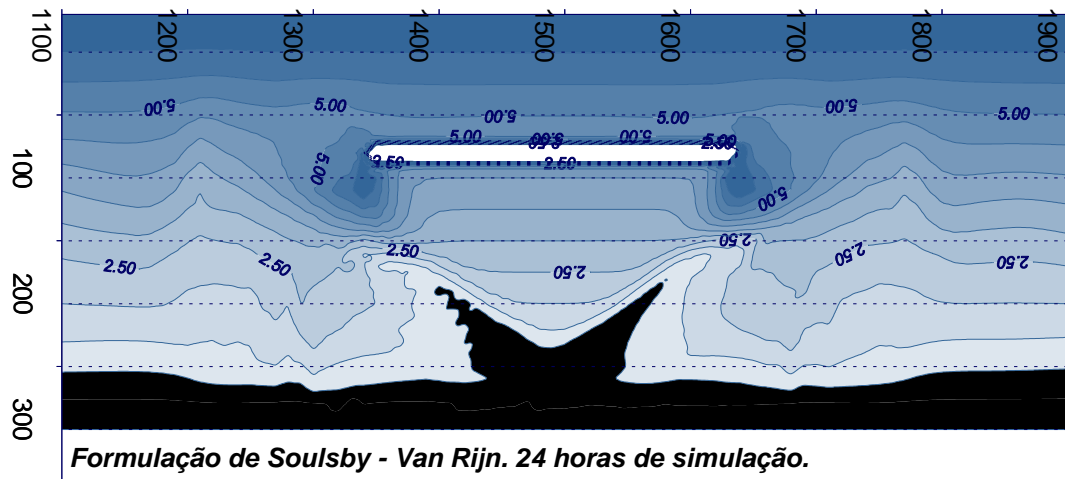


Figura 7 – Resultados do EROS-MC, baseado na formulação de Soulsby – Van Rijn (24h) e Bailard (72h).

O modelo reproduz qualitativamente os resultados dos modelos apresentados na Figura 6. No caso da formulação de Soulsby – Van Rijn a execução foi parada em 24h já que para todos os casos que haviam sido testados, tal formulação “transporta” na ordem de 5 vezes mais rápido que Bailard.

Na Figura 8 são mostrados os resultados obtidos com o EROS-SP para o mesmo caso. A formulação de transporte utilizada é a de Soulsby-Van Rijn e a duração do evento é de 72 horas. Como pode ser observado, a inclusão das ondas irregulares melhora os resultados significativamente. Cabe destacar que os modelos

dos grupos europeus **a**, **b**, **c**, e **e** realizaram a simulação com ondas irregulares (variação suave do fundo).

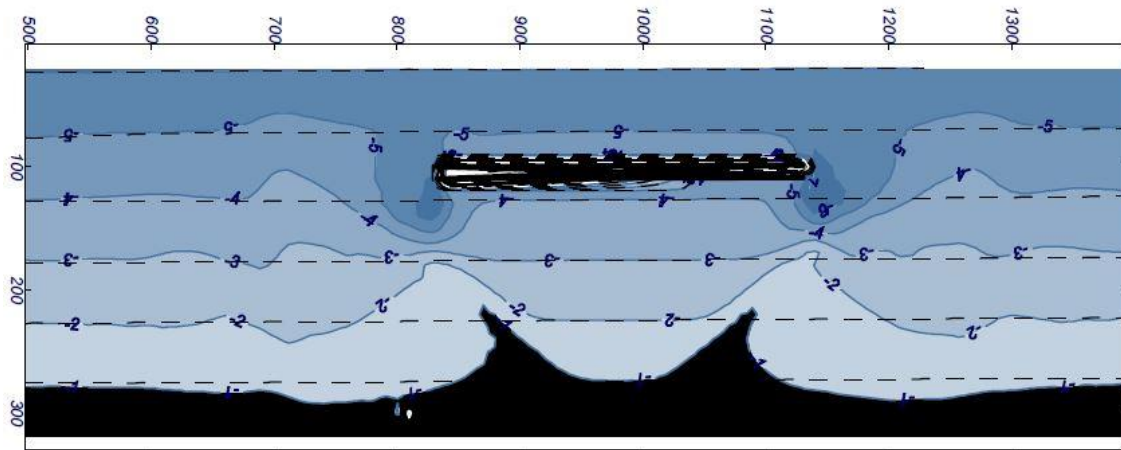


Figura 8 – Resultados do modelo EROS-SP.

REFERÊNCIAS

- BAILARD, J.A. An energetic total load sediment transport model for a plane sloping beach. **Journal of Geophysical Research**, v.86, n.CII, p.10938-10954, 1981.
- BATTJES, J.A.; JANSSEN, J.P.F.M. Energy loss and set-up due to breaking of random waves. In: International Conference of Coastal Engineering, 16., 1978, Houston. **Proceedings...** 1978, p.569–589.
- DALRYMPLE, R.A. Model for Refraction of Water Waves. **Journal of Waterway, Port, Coastal, and Ocean Engineering**, ASCE, v.114, n.4, p.423-435, 1988.
- IH CANTABRIA – MMA. **Sistema de Modelagem Costeira, SMC – Brasil: Manual de Referência – Modelo de Propagação de Ondas Monocromáticas em Praias (OLUCA - MC)**. Brasília: Ministério do Meio Ambiente. 2017a.
- IH CANTABRIA – MMA. **Sistema de Modelagem Costeira, SMC – Brasil: Manual de Referência – Modelo de Propagação de Ondas Espectrais em Praias (OLUCA - SP)**. Brasília: Ministério do Meio Ambiente. 2017b.
- IH CANTABRIA – MMA. **Sistema de Modelagem Costeira, SMC – Brasil: Manual de Referência – Modelo de Correntes por Quebra em Praias (COPLA MC/SP)**. Brasília: Ministério do Meio Ambiente. 2017c.
- MÉNDEZ, F.J.; MEDINA, R. A perturbation method for wave and wave-induced current computations in beach morphology models. In: Coastal Dynamics, 2001, Lünd (Suecia). **Proceedings...** 2001, p.393-402.
- NICHOLSON, J.; BROKER, I.; ROELVINK, J.A.; PRICE, D.; TANGUY, J.M.; MORENO, L. Intercomparison of coastal morphodynamic models. **Coastal Engineering**, v.31, p. 97-123, 1997.
- RATTANAPITIKON, W.; SHIBAYAMA, T. Energy dissipation model for regular and irregular breaking waves. **Coastal Engineering**, v 40, n.4, p. 327–346, 1998.
- SOULSBY, R. **Dynamics of Marine Sands: A manual for practical applications**. London: Thomas Telford, 1997. 245p.
- THORNTON, E.B.; GUZA, R.T. Transformation of wave height distribution. **Journal of Geophysical Research**, v. 88, p. 5925-5983, 1983.
- VAN RIJN, L.C. **Principles of sediment transport in rivers, estuaries and coastal seas**. Amsterdam, Holanda: Aqua Publications, 1993.