

MODELO DE PROPAGAÇÃO DE ONDAS ESPECTRAIS EM PRAIAS



 **Oluca-SP**

MANUAL DE REFERÊNCIA

Observação Jurídica

Nenhum dos participantes, nem as instituições as quais representam no desenvolvimento do SMC-Brasil, são responsáveis pela utilização dada a esta publicação.

A base de dados de ondas em águas profundas (GOW) e de níveis (GOT; GOS) incluída no SMC-Brasil são de propriedade do IH Cantabria. O SMC-Brasil permite o processamento e análise de tais dados ao longo da costa brasileira. Todavia, esses dados não estão disponíveis para os usuários do sistema, apenas o dado processado e analisado por cada usuário. O uso inadequado desses dados ou dos resultados obtidos a partir destes, bem como as ferramentas não são de responsabilidade do IH Cantabria ou do grupo que desenvolveu o projeto. Os usuários não podem utilizar técnicas de engenharia reversa, descompilar ou fazer o *download* da base de dados de ondas e níveis do *software* SMC-Brasil.

Contribuições e Desenvolvimento

Instituto de Hidráulica Ambiental da Cantabria (IH Cantabria)

Universidade da Cantabria

Instituição líder do projeto: Mauricio González (principal pesquisador do projeto), Raúl Medina, Omar Gutiérrez (coordenador do projeto), Nabil Kakeh, Cynthia Martínez, Roland Garnier, Lara Ruiz, Jara Martínez, Verónica Canovas, Laura Ribas de Almeida, Belén López, Fernando Méndez, Antonio Espejo, Melisa Menéndez, Ana Abascal, Sonia Castanedo.

Laboratório de Oceanografia Costeira - Universidade Federal de Santa Catarina (UFSC)

Líder local do projeto: Antonio Henrique da Fontoura Klein (principal pesquisador do projeto), Clarissa Brelinger De Luca, Priscila Hoerbe Soares, Paula Gomes da Silva, Jonas Gomes Oliveira, Maiara Werner Pinto, Charline Dalinghaus, Caio Trajano Siqueira Salgado, Julia Gil dos Santos.

Instituto Oceanográfico – Universidade de São Paulo (USP)

Líder local do projeto: Moyses Gonzalez Tessler (principal pesquisador do projeto), Samara Cazzoli y Goya.

Gerenciamento Costeiro – Ministério do Meio Ambiente (MMA)

Colaboradores: Márcia Regina Lima de Oliveira, Leila Swerts, Adalias Freires Bastos, Salomar Mafaldo de Amorim Júnior, Flávia Cabral Pereira, Bruna Teixeira Pandolpho da Costa e Silva e Mateus Pereira Rodrigues Borges.

Financiamento do projeto

Agência Espanhola de Cooperação Internacional para o Desenvolvimento – AECID

Ministério do Meio Ambiente- MMA Brasil

Ministério do Planejamento, Desenvolvimento e Gestão/Secretaria de Patrimônio da União- MP-SPU Brasil.

Colaboração (Fornecimento de dados)

Marinha do Brasil

Instituto Nacional de Pesquisas Hidroviárias (INPH)

Sumário

CAPÍTULO 1: SOBRE ESTE MANUAL.....	17
1. Sobre este Manual.....	18
1.1 Objetivos	18
1.2 Conteúdo.....	18
CAPÍTULO 2: APRESENTAÇÃO TEÓRICA DO PROBLEMA	19
2. Apresentação Teórica do Problema.....	20
2.1 Introdução	20
2.2 Modelos MRF de propagação de ondas por componentes espectrais.....	23
2.3 Dispersão das ondas devido à altura significativa de onda.....	32
2.4 Clima de ondas.....	37
2.5 Modelagem de dissipação de energia.....	39
2.6 Tensores de radiação devido às ondas irregulares.....	51
2.7 Espectro bidimensional de entrada.....	52
CAPÍTULO 3: FORMULAÇÃO NUMÉRICA DO PROBLEMA	60
3. Formulação Numérica do Problema.....	61
3.1 Introdução	61
3.2 Equações discretizadas.....	61
3.3 Discretização do domínio.....	65
3.4 Resolução das equações.....	68
3.5 Implementação numérica das condições iniciais	70
3.6 Implementação numérica da equação de propagação.....	72
3.7 Implementação numérica das condições de contorno	74
3.8 Sistema de equações a resolver.....	76
3.9 Implementação numérica do termo não linear	78
3.10 Modelagem de áreas de terra no interior do domínio.....	79
3.11 Implementação numérica da quebra.....	83
CAPÍTULO 4: ESTRUTURA DE CÓDIGOS DO PROGRAMA.....	87
4. Estrutura de Códigos do Programa.....	88
4.1 Introdução	88
4.2 Descrição de sub-rotinas	89
CAPÍTULO 5: VALIDAÇÃO E APLICAÇÃO DO MODELO OLUCA - SP.....	98
5. Validação e Aplicação do Modelo OLUCA-SP	99
5.1 Introdução	99
5.2 Empinamento unidirecional sobre uma praia reta (sem declividade) (MASE; KIRBY, 1992)	99

MANUAL DE REFERÊNCIA – OLUCA – SP

Sumário

5.2.1	Características do teste	99
5.2.2	Comparação entre os testes e o modelo OLUCA-SP	100
5.3	Espectro bidimensional sobre um banco elíptico (Vincent e Briggs, 1989) .	106
5.3.1	Características do teste	106
5.3.2	Comparação entre os testes e o modelo OLUCA-SP	107
5.4	Espectro bidimensional sobre um banco circular (Chawla, 1995)	122
5.4.1	Características do teste	122
5.4.2	Comparação entre os testes e o modelo OLUCA-SP	122
5.5	Experimento de campo DELILAH, Duck, NC	145
5.5.1	Características do experimento	145
5.5.2	Comparação entre os testes e o modelo OLUCA-SP	146
5.6	Conclusões da aplicação e validação do modelo OLUCA-SP	155
REFERÊNCIAS	157

Lista de Figuras

Figura 1 – Variação das relações de dispersão lineares e não lineares com kh e a esbeltez da onda E. Kirby e Dalrymple (1986b).	36
Figura 2 – Espectros TMA ($H_s = 3$ m, $h = 20$ m, $f_p = 0,1$ Hz) para diferentes parâmetros de alargamento ($\gamma=2, 6, 10, 15$ e 20).	55
Figura 3 – Espectros TMA ($H_s = 3$ m, $g = 3,5$, $f_p = 0,1$ Hz) para diferentes profundidades ($h = 10, 20, 40, 60, \infty$ m).	56
Figura 4 – Espectro direcional para diferentes larguras ($\sigma_m = 5^\circ, 10^\circ, 15^\circ, 20^\circ, 25^\circ$ e 30°) e direção média constante ($\theta_m = 0^\circ$).	56
Figura 5 – Espectro direcional com ($\sigma_m = 5^\circ, 20^\circ$ e 10°) e direções médias ($\theta_m = -30^\circ, 0^\circ$ e 20°).	57
Figura 6 – Malha de referência.	66
Figura 7 – Subdivisão da malha principal.	68
Figura 8 – Domínio numérico do problema de valor inicial apresentado.	69
Figura 9 – Domínio numérico do problema de valor inicial apresentado.	69
Figura 10 – Espectro frequencial TMA ($h=30$ m, $H_s=3$ m, $f_p=0,1$ Hz, $\gamma=3$ e $N_f=10$) espectro direcional ($\theta_m = 0^\circ, \sigma_m=20^\circ, N = 20$ comp.) e espectro bidimensional.	72
Figura 11 – Esquema implícito de seis pontos.	73
Figura 12 – Condições de contorno laterais abertas.	75
Figura 13 – Sistema de matrizes para as P componentes ($P = N_f$ componentes frequenciais x NO componentes direcionais), propagadas entre as linhas i e $i+1$	77
Figura 14 – Representação de áreas de terra no modelo.	80
Figura 15 – Esquema ao longo do eixo Y. Dique ou falésia em grandes profundidades seguidas de um “ <i>thin layer</i> ”.	81
Figura 16 – Tamanho mínimo de malha (DYR, DXR), como uma função da profundidade mais próxima do “ <i>thin film</i> ” e o período máximo das componentes.	84
Figura 17 – Vetores de altura de onda. Dique localizado a uma profundidade ($h_{j+1} = 20$ m), propagação de um só componente com $T = 10$ seg. ($H = 3$ m e $Dir = 30^\circ$). (a) DYR = DXR = 10m; (b) DYR = DXR = 25m.	85
Figura 18 – Vetores e Isolinhas de altura de onda. Dique localizado a uma profundidade ($h_{j+1} = 20$ m), propagação de uma só componente com $T = 15$ seg. ($H = 3$ m e $Dir = 30^\circ$). (a) DYR = DXR = 10m; (b) DYR = DXR = 40m.	86
Figura 19 – Estrutura do código Fortran SPEC2_0.	90
Figura 20 – Estrutura do código Fortran OLUSPF.	91
Figura 21 – OLUSPF: Programa principal (Nível 1).	92
Figura 22 – OLUSPF: Sub-rotina MODEL (Nível 2).	93

Figura 23 – Perfil Experimental (de MASE; KIRBY, 1992).	100
Figura 24 – Espectro frequencial incidente.	101
Figura 25 – Modelo de dissipação por quebra de Thornton e Guza (1983).....	103
Figura 26 – Modelo de dissipação por quebra de Battjes e Janssen (1978). Calibração do parâmetro γ ($aa_1 = 0,5$, $bb_1 = 0,4$) equação (59) de Battjes e Stive (1985) e parâmetro ($\alpha_1 = 0,8$; 1,0 e 1,25).	104
Figura 27 – Modelo de dissipação por quebra de Battjes e Janssen (1978). Calibração do parâmetro γ com ($aa_1 = 0,39$, $bb_1 = 0,56$), equação (60) modelo Nairn (1990) e o parâmetro ($\alpha_1 = 0,8$; 1,0 e 1,25).	105
Figura 28 – Modelo de dissipação por quebra de Winyu e Tomoya (1998). Calibração do parâmetro ($K_7 = 0,10$ e $0,11$) equação (73) de Goda. Com ($K_5 = 0,1$ e $K_6 = 1,6$) fixos.	106
Figura 29 – Configuração do teste de propagação de ondas sobre um banco elíptico. Testes de Vincent e Briggs (1989).	107
Figura 30 – Espectros propagados. Caso N4.	109
Figura 31 – Caso N4: Banco elíptico (Vincent e Briggs, 1989).	110
Figura 32 – Altura de onda monocromática normalizada. Modelo OLUCA-MC ($H_0 = 2,54$ cm, $T = 1,3$ s, $\theta_0 = 0^\circ$).	110
Figura 33 – Caso N4: Banco elíptico (VINCENT; BRIGGS, 1989). Altura significativa de onda normalizada: laboratório (•) e OLUCA-SP (linha contínua).	111
Figura 34 – Espectros propagados. Caso b4.	112
Figura 35 – Caso B4: Banco elíptico (Vincent e Briggs, 1989). Altura significativa de onda normalizada, modelo espectral OLUCA-SP.	114
Figura 36 – Altura de onda monocromática normalizada. Modelo OLUCA-MC.	114
Figura 37 – Caso B4: Banco elíptico (VINCENT; BRIGGS, 1989). Altura significativa de onda normalizada: laboratório (•) e OLUCA-SP (linha contínua).	115
Figura 38 – Espectro propagado. Caso B5:	116
Figura 39 – Caso B5: Banco elíptico (VINCENT; BRIGGS, 1989). Altura significativa de onda normalizada, modelo espectral OLUCA-SP, com dissipação Thornton e Guza (1983). ($HS_0 = 19$ cm, $T_p = 1,3$ s, $\gamma = 2$, $\sigma_m = 30^\circ$, $\theta_m = 0^\circ$).	117
Figura 40 – Caso B5: Banco elíptico (VINCENT; BRIGGS, 1989). Altura significativa de onda normalizada, modelo espectral OLUCA-SP, com dissipação Battjes e Janssen (1978). ($HS_0 = 19$ cm, $T_p = 1,3$ s, $\gamma = 2$, $\sigma_m = 30^\circ$, $\theta_m = 0^\circ$).	117
Figura 41 – Caso B5: Banco elíptico (VINCENT; BRIGGS, 1989). Altura significativa de onda normalizada, modelo espectral OLUCA-SP, com dissipação Winyu e Tomoya (1988). ($HS_0 = 19$ cm, $T_p = 1,3$ s, $\gamma = 2$, $\sigma_m = 30^\circ$, $\theta_m = 0^\circ$).	118

Figura 42 – Altura de onda monocromática normalizada, modelo OLUCA-MC ($H = 19$ cm, $T = 1,3$ s, $\theta_0 = 0^\circ$).	118
Figura 43a, b - Caso B5: Banco elíptico (VINCENT; BRIGGS, 1989). Altura significativa de onda normalizada, laboratório (•) e OLUCA-SP, com dissipação de Thornton e Guza (1983) (linha contínua).	119
Figura 44a, b – Caso B5: Banco elíptico (VINCENT; BRIGGS, 1989). Altura significativa de onda normalizada, laboratório (•) e OLUCA-SP, com dissipação de Battjes e Janssen (1978) (linha contínua).	120
Figura 45a, b - Caso B5: Banco elíptico (VINCENT; BRIGGS, 1989). Altura significativa de onda normalizada, laboratório (•) e OLUCA-SP, com dissipação de Winyu e Tomoya (1998) linha contínua).	121
Figura 46 – Esquema em planta do tanque e localização de perfis de maré. Testes Chawla (1985).	123
Figura 47 – Espectros frequenciais de entrada ao OLUCA-SP, testes (3 e 6) de Chawla (1995) em um banco circular.....	124
Figura 48 – Funções de distribuição direcional de ondas, entrada ao OLUCA-SP, testes (3 e 6) de Chawla (1995) em um banco circular.	124
Figura 49 – Teste 3 (menos energia e função dir. Estreita). Banco circular Chawla (1995). Superfície livre de ondas, aplicando o modelo de dissipação de Thornton e Guza (1983).....	125
Figura 50 – Teste 3 (menos energia e função de dir. Estreita). Banco circular Chawla (1995). Altura significativa de onda normalizada, aplicando o modelo de dissipação de Thornton e Guza (1983).....	126
Figura 51 – Teste 3 (menos energia e função dir. Estreita). Banco circular Chawla (1995). Comparação de altura significativa de onda normalizada, em laboratório (•) e no modelo OLUCA-SP (-). Modelo de dissipação de Thornton e Guza (1983) com ($B = 1,0$ e $y = 0,6$).....	128
Figura 52 – Teste 3 (menos energia e função dir. Estreita). Banco circular Chawla (1995). Comparação de altura significativa de onda normalizada, em laboratório (•) e no modelo OLUCA-SP (-). Modelo de dissipação de Battjes e Janssen (1978) ($aa_1 = 0,39$, $bb_1 = 0,56$ e $\alpha_1 = 1$).	129
Figura 53 – Teste 3 (menos energia e função dir. Estreita). Banco circular Chawla (1995). Comparação de altura significativa de onda normalizada, em laboratório (•) e no modelo OLUCA-SP (-). Modelo de dissipação de Battjes e Janssen (1978) ($aa_1 = 0,5$, $bb_1 = 0,4$ e $\alpha_1 = 1$).	130

Figura 54 – Teste 3 (menos energia e função dir. Estreita). Banco circular Chawla (1995). Comparação de altura significativa de onda normalizada, em laboratório (•) e no modelo OLUCA-SP (-). Modelo de dissipação de Battjes e Janssen (1978) ($aa_1 = 0,5$, $bb_1 = 0,4$ e $\alpha_1 = 0,8$).....	131
Figura 55 – Teste 3 (menos energia e função dir. Estreita). Banco circular Chawla (1995). Comparação de altura significativa de onda normalizada, em laboratório (•) e no modelo OLUCA-SP (-). Modelo de dissipação de Winyu e Tomoya (1978) ($K_5 = 0,1$, $K_6 = 1,6$ e $K_7 = 0,1$).....	132
Figura 56a, b – Teste 3 (menos energia e função dir. estreita). Banco circular Chawla (1995). Comparação de espectros frequenciais medidos e calculados com o OLUCA-SP, por diferentes modelos de dissipação.	133
Figura 57c, d, e – Teste 3 (menos energia e função dir. estreita). Banco circular Chawla (1995). Comparação de espectros frequenciais medidos e calculados com o OLUCA-SP, por diferentes modelos de dissipação.....	134
Figura 58 – Teste 6 (maior energia e função dir. Larga). Banco circular Chawla (1995). Superfície livre das ondas, aplicando o modelo de dissipação de Thornton e Guza (1983).....	136
Figura 59 – Teste 6 (maior energia e função dir. Larga). Banco circular Chawla (1995). Altura significativa de onda normalizada, aplicando o modelo de dissipação de Thornton e Guza (1983).....	137
Figura 60 – Teste 6 (maior energia e função dir. larga). Banco circular Chawla (1995). Comparação de altura significativa de onda normalizada, em laboratório (•) e no modelo OLUCA-SP (-) com modelo de dissipação de Thornton e Guza (1983) ($B = 1,0$ e $y = 0,6$).....	138
Figura 61 – Teste 6 (maior energia e função dir. Larga). Banco circular Chawla (1995). Comparação de altura significativa de onda normalizada, em laboratório (•) e no modelo OLUCA-SP (-) com modelo de dissipação de Battjes e Janssen (1978) ($aa_1 = 0,39$, $bb_1 = 0,56$ e $\alpha_1 = 1$).....	139
Figura 62 – Teste 6 (maior energia e função dir. Larga). Banco circular Chawla (1995). Comparação de altura significativa de onda normalizada, em laboratório (•) e no modelo OLUCA-SP (-) com modelo de dissipação de Battjes e Janssen (1978) ($aa_1 = 0,5$, $bb_1 = 0,4$ e $\alpha_1 = 1$).....	140
Figura 63 – Teste 6 (maior energia e função dir. Larga). Banco circular Chawla (1995). Comparação de altura significativa de onda normalizada, em laboratório (•) e no modelo OLUCA-SP (-) com modelo de dissipação de Battjes e Janssen (1978) ($aa_1 = 0,5$, $bb_1 = 0,4$ e $\alpha_1 = 0,8$).....	141

Figura 64 – Teste 6 (maior energia e função dir. Larga). Banco circular Chawla (1995). Comparação de altura significativa de onda normalizada, em laboratório (•) e no modelo OLUCA-SP (-) com modelo de dissipação de Winyu e Tomoya (1978) ($K_5 = 0,1$, $K_6 = 1,6$ e $K_7 = 0,1$).....	142
Figura 65a, b – Teste 6 (maior energia e função dir. larga). Banco circular Chawla (1995). Comparação de espectros frequenciais medidos e calculados com o OLUCA-SP para diferentes modelos de dissipação.	143
Figura 66c, d, e – Teste 6 (maior energia e função dir. larga). Banco circular Chawla (1995). Comparação de espectros frequenciais medidos e calculados com o OLUCA-SP para diferentes modelos de dissipação.	144
Figura 67 – Batimetria e localização de instrumentos no experimento de DELILAH, Duck, NC, outubro de 1990 (Tomada de Rogers et. al., 1998).....	145
Figura 68 - Exemplo de espectro bidimensional medido no experimento DELILAH (Outubro de 1999). Fonte: Rogers et. al., 1998.....	146
Figura 69 – Comparação da altura significativa de onda do OLUCA-SP e dados do experimento DELILAH (1PM, 06-10-90). (Fonte: Rogers et. al., 1998).	148
Figura 70 – Comparação da altura significativa de onda do OLUCA-SP e do experimento DELILAH (1AM, 07-10-90). (Fonte: Rogers et. al., 1998).	148
Figura 71 – Comparação da altura significativa de onda do OLUCA-SP e dados do experimento DELILAH (7AM, 12-10-90). (Fonte: Rogers et. al., 1998).	149
Figura 72 – Comparação da altura significativa de onda do OLUCA-SP e dados do experimento DELILAH (1AM, 13-10-90). (Fonte: Rogers et. al., 1998).	149
Figura 73 - Comparação da altura significativa de onda do OLUCA-SP e dados do experimento DELILAH (7PM, 14-10-90 (Fonte: Rogers et. al., 1998).....	150
Figura 74 – Comparação da altura significativa de onda do OLUCA-SP e dados do experimento DELILAH (1PM, 15-10-90). (Fonte: Rogers et. al., 1998).	150
Figura 75 – Comparação da altura significativa de onda do OLUCA-SP e dados do experimento DELILAH (1PM, 16-10-90). (Fonte: Rogers et. al., 1998).	151
Figura 76 – Comparação da altura significativa de onda do OLUCA-SP e dados do experimento DELILAH (4AM, 16-10-90). (Fonte: Rogers et. al., 1998).	151
Figura 77 – Comparação da altura significativa de onda do OLUCA-SP, OLUCA-MC e RCPWAVE com dados do experimento DELILAH (10PM, 07-10-90). (Fonte: Rogers et. al., 1998).....	152
Figura 78 – Comparação da altura significativa de onda do OLUCA-SP, OLUCA-MC e RCPWAVE com dados do experimento DELILAH (1AM, 12-10-90). (Fonte: Rogers et. al., 1998).....	152

Figura 79 – Comparação da altura significativa de onda do OLUCA-SP, OLUCA-MC e RCPWAVE com dados do experimento DELILAH (7AM, 12-10-90). (Fonte: Rogers <i>et al.</i> , 1998).....	153
Figura 80 – Comparação da altura significativa de onda do OLUCA-SP, OLUCA-MC e RCPWAVE com dados do experimento DELILAH (10AM, 12-10-90). (Fonte: Rogers <i>et al.</i> , 1998).....	153
Figura 81 – Comparação da altura significativa de onda do OLUCA-SP, OLUCA-MC e RCPWAVE com dados do experimento DELILAH (7AM, 16-10-90). (Fonte: Rogers <i>et al.</i> , 1998).....	154
Figura 82 – Sensibilidade da altura significativa de onda no modelo OLUCA-SP, diante de variações na discretização dos espectros de entrada. (Fonte: Rogers <i>et al.</i> , 1998).	154
Figura 83 – Sensibilidade da altura significativa de onda no modelo OLUCA-SP, diante de diferente resolução de tamanhos de malha. (Fonte: Rogers <i>et al.</i> , 1998).	155

Lista de Tabelas

Tabela 1 – Classificação de coeficientes a_0 , a_1 e b_1 de acordo com aproximações parabólicas.	32
Tabela 2 – Modelos de dissipação e parâmetros de calibração.	101
Tabela 3 – Condições de ondas sobre o banco (VINCENT; BRIGGS, 1989).	108
Tabela 4 – Parâmetros espectrais, teste banco circular Chawla (1995).	123

Lista de Abreviaturas

COPLA – Modelo de Correntes por Quebra em Praias

DELILAH – *Duck Experiment on Low-frequency and Incident-band Longshore and Across-shore Hydrodynamics*

DHI – *Danish Hydraulic Institute*

DIF – Difração

EROS – Modelo de EROSão/Sedimentação de Praias

FDP- Função de Densidade de Probabilidade.

IH – Instituto Hidráulico

MBJ – Modelo de Dissipação de Energia de Battjes e Janssen

MC – Modelo de Ondas Monocromáticas

MOPLA – Modelo de Morfodinâmica de Praias

MRF – Modelos Espectrais que resolvem a Fase

MPF – Modelo Espectrais que calculam a Fase

MTG – Modelo de Dissipação de Energia de Thornton e Guza

MWT – Modelo de Dissipação de Energia de Winyu e Tomoya

OLUCA – Modelo de Propagação de Ondas em Praias

SMC – *Sistema de Modelado Costero / Sistema de Modelagem Costeira*

SP – Modelo de Ondas Espectrais

RCPWAVE – *Regional Coastal Processes Numerical Modeling System*

REF – Refração

WKB – Wentzel-Kramers-Brillouin

Lista de Símbolos

- A – Amplitude de onda
- A_{jl} – Amplitude da onda complexa para uma componente frequencial j e direcional l
- B – Largura do domínio
- B – Parâmetro associado ao tipo de quebra
- c – Celeridade ou velocidade da onda
- c_g – Celeridade ou velocidade de grupo
- C_p – Coeficiente de permeabilidade
- D – Taxa média de energia dissipada por unidade de área devido a quebra das ondas
- $E(f)$ – Espectro frequencial
- EC_g – Fluxo de energia de onda
- E_m – Fluxo médio de energia local
- E_s – Fluxo médio de energia estável
- f – Coeficiente de atrito de Darcy-Weisbach
- f – Frequência de onda do espectro
- f_p – Frequência de pico do espectro
- f_w – Coeficiente de Darcy-Weisbach para ondas
- g – Aceleração da gravidade
- h – Profundidade
- h_b – Profundidade na quebra da onda
- H_b – Altura de onda na quebra
- H_e – Altura de onda estável
- H_{rms} – Altura quadrática média de onda
- H_s – Altura significativa de onda
- j – Índice que representa a frequência
- J – Número arbitrário de harmônicos para representar a série de *Fourier*
- k – Número de onda
- \vec{k} – Número médio de onda de referência
- k_p – Número de onda
- K_j – Número de onda para uma componente com frequência angular j
- \bar{K}_j – Valor representativo de número de onda associado a uma frequência angular j
- l – Índice que representam a direção
- L – Comprimento de onda
- L_{min} – Comprimento de onda média
- L_p – Comprimento da onda associado à frequência pico f_p

m	– Declividade do fundo
n	– Número de discretização
n	– Superfície livre
n_j	– Relação da velocidade de grupo C_{gj} em relação à velocidade de fase C_j do componente frequencial j
N_f	– Número de discretizações em frequência
$N\theta$	– Número de discretizações em direção
Q_b	– Fração local de ondas em quebra
$Re(z)$	– Parte real de um número complexo z
S	– Tensor de radiação
S	– Espectro bidimensional
S_0	– Esbeltez da onda em profundidades indefinidas
S_{xx}	– Tensor de radiação atuando no plano x ao longo do eixo x
S_{xy}	– Tensor de radiação atuando no plano y ao longo do eixo x
S_{yy}	– Tensor de radiação atuando no plano y ao longo do eixo y
T_e	– Fator de estabilidade de onda
U	– Velocidade média de corrente na direção da coordenada x
V	– Velocidade média de corrente na direção da coordenada y
γ	– Coeficiente de dissipação de energia por quebra das ondas
γ	– Coeficiente de largura do espectro
γ	– Fator de alargamento do pico
z_{jk}	– Número de componentes na frequência j que se encontram na categoria k de direção
α	– Coeficiente de dissipação de energia por quebra das ondas
α	– Constante de Phillips
δ	– Parâmetro adimensional relativo à variação da profundidade em um comprimento de onda.
ε	– Esbeltez da onda
θ	– Ângulo médio do espectro
θ_m	– Direção média da onda
ν	– Viscosidade cinemática
ρ	– Densidade de massa da água
σ	– Frequência angular
σ_j	– Frequência angular para a componente j
σ_m	– Largura da dispersão direcional (do espectro)
Φ	– Potencial na superfície livre

ω – Frequência angular

CAPÍTULO 1: SOBRE ESTE MANUAL

1. Sobre este Manual

1.1 Objetivos

O presente manual compreende uma descrição geral das equações e formulações numéricas aplicadas no modelo OLUCA-SP (modelo espectral de propagação de ondas), assim como da estrutura do código do programa. O programa OLUCA-SP faz parte do “Modelo de Morfodinâmica de Praias” (MOPLA). O qual integra uma série de modelos numéricos que permitem, realizar a análise em curto prazo em praias.

O modelo MOPLA também inclui outros modelos como: o “Modelo de Propagação de Ondas Monocromáticas” (OLUCA-MC), os “Modelos de Correntes Induzidas pela Quebra das Ondas nas Praias” (COPLA-MC e COPLA-SP), e os “Modelos de Erosão / Sedimentação de Praias” (EROS-MC e EROS-SP), onde MC faz referência ao módulo monocromático e SP ao módulo espectral.

O objetivo principal deste manual é dar uma ideia geral ao usuário das equações aplicadas no modelo OLUCA-SP sem aprofundar em deduções teóricas, mas sim apresentando claramente as hipóteses nas quais se baseia e sua área de aplicação. Se o usuário deseja analisar com mais detalhes alguns destes aspectos, ao final do texto é apresentada uma lista de referências de cada um dos assuntos.

1.2 Conteúdo

No capítulo 2 apresenta-se a teoria do problema de propagação das ondas, interação onda-corrente, hipóteses e modelos de dissipação de energia.

No capítulo 3 é apresentado o modelo numérico de discretização das equações, geração da malha e condições de contorno.

No capítulo 4 é apresentado o esquema geral do código do programa e descrição do conteúdo das sub-rotinas.

No capítulo 5 é validado o modelo, aplicando-o em testes experimentais de laboratório e campo.

No capítulo 6 está apresentada a bibliografia.

**CAPÍTULO 2: APRESENTAÇÃO TEÓRICA DO
PROBLEMA**

2. Apresentação Teórica do Problema

2.1 Introdução

O conhecimento do espectro de ondas em uma área costeira ou, dito de outra forma, o conhecimento de uma altura de onda estatisticamente representativa de uma onda irregular aleatória, é de vital importância para a engenharia costeira. A onda propagando-se por áreas costeiras de águas rasas é modificada de maneira importante pela batimetria do fundo. A refração, empinamento, dissipação de energia e difração, entre outras transformações, são manifestações de tais interações. O entendimento destes processos físicos realizado durante os últimos anos tem permitido incorporar tais conhecimentos em modelos numéricos de propagação de ondas.

Existem dois grupos de modelos numéricos de propagação de ondas em áreas de águas rasas: (1) aqueles que resolvem a fase (MRF) com base nas equações de balanço de quantidade de movimento e fluxo de massa, e (2) os modelos que calculam a fase (MPF), os quais resolvem as equações de balanço de energia espectral ou ação da onda.

Os MRF requerem determinada resolução espacial relacionada com uma pequena fração do comprimento da onda. Devido a isto, geralmente se aplicam em áreas costeiras relativamente pequenas da ordem das dezenas de comprimento de onda (1 km). Os MPF não requerem uma resolução tão fina, pois são utilizados em grandes áreas em mar aberto (10 km). O motivo da aplicação de um ou outro modelo deve-se ao fato de que alguns processos não podem ser modelados corretamente com um ou outro e/ou às limitações na implementação numérica dos modelos. A difração e a interação onda a onda, por exemplo, podem ser modeladas de maneira aproximada com os MRFs. Estes processos não são representados com o mesmo nível de precisão com os MPFs. Por outro lado, os MPFs permitem modelar de maneira mais confiável às ondas em áreas de geração por vento.

Os modelos MPF são aplicados em grandes áreas de mar aberto sem problemas de resolução. No entanto apresentam importantes limitações em áreas de profundidades reduzidas, devido principalmente ao seu esquema numérico implícito que se sujeita ao critério de Courant de estabilidade numérica (o passo de tempo computacional limitado pela resolução espacial do modelo). Em mar aberto este tipo de modelo não apresenta limitações, mas na costa onde as profundidades são

reduzidas são necessários passos de tempo muito pequenos, o que é operacionalmente inaceitável.

Tudo isso acarretou em uma série de modelos híbridos entre os MPF e os MRF (CAVALERI *et. al.*, 1998). Os avanços nos MRF permitiram desenvolver melhorias nos MPF do ponto de vista de processos. A interação e o acoplamento entre componentes de onda de diferentes fases são realizados nos MRF utilizando o conceito de bi-espectro. Vários autores têm tentado introduzir este conceito dentro dos MPF com certo êxito, mas sem chegar a graus de precisão dos MRF (ELDEBERKY; BATTJES, 1995; HERBERS; BURTON, 1997). Por outro lado, outros autores têm trabalhado na inclusão da difração nos MPF a partir de formulações MRF (equações de declividade suave) como Booij *et. al.* (1997) e Rivero *et. al.* (1997). No entanto, não foi desenvolvida uma formulação numérica adequada de tais processos. Também se tentou melhorar a implementação numérica dos MPF incorporando esquemas numéricos implícitos ou com modelos híbridos de MPF e MRF em áreas de profundidades reduzidas. No entanto, estes modelos ainda se encontram em processo de validação e desenvolvimento (TOLMAN, 1991; BENOIT *et. al.*, 1996; BOOIJ *et. al.*, 1996; LUO *et. al.*, 1997). Alguns exemplos deste tipo de modelos (MPF) são o SWAN (BOOIJ *et. al.*, 1996), o HISWA (HOLTHUIJSEN *et. al.*, 1989), o STWAVE (RESIO, 1998), o PROPS (RIVERO *et. al.*, 1993) e o MIKE21 NSW (DHI).

Em relação aos modelos espectrais que resolvem a fase (MRF), existem principalmente dois tipos: os dispersivos e não dispersivos frequencialmente. Dentro dos modelos não lineares com dispersão frequencial estão os do tipo *Boussinesq*. Estes incluem a interação onda a onda entre componentes de fases diferentes, sendo inválidos em águas intermediárias e profundas. Recentemente, foram desenvolvidas equações de *Boussinesq* com extensão para maiores profundidades (por exemplo, MADSEN *et. al.*, 1991; MADSEN *et. al.*, 1992; NWOGU, 1993; WEI *et. al.*, 1995 a, b; KIRBY, 1996; KIRBY *et. al.*, 1998). O principal inconveniente deste tipo de modelo é que necessitam de alto esforço computacional, o que limita seu uso no contexto de aplicações de engenharia.

Do outro lado, estão os modelos não dispersivos frequencialmente, lineares e fracamente não lineares, estes são divididos por sua vez em duas categorias: (1) os modelos probabilísticos e (2) os espectrais. Os modelos probabilísticos simulam a transformação de ondas aplicando aproximações onda a onda. Partem de uma função de densidade de probabilidade (FDP) de alturas de onda fora da zona de quebra.

Propagam ondas monocromáticas individualmente mediante a técnica de simulações de Montecarlo e, posteriormente recompõe, em cada ponto do domínio, a correspondente FDP.

A hipótese fundamental deste tipo de modelos é que o empinamento, a difração e a quebra não são afetados de maneira importante pela interação onda a onda. Diferentes estudos indicam que a maior parte do comportamento das ondas dentro da zona de arrebenção pode ser descrita com uma boa aproximação a partir da propagação destas ondas individuais (MASE; IWAGAKI, 1982; MIZUGUCHI, 1982; DALLY; DEAN, 1986; EBERSOLE, 1987; DALLY, 1990, 1992; LARSON; KRAUS, 1992; SMITH *et. al.*, 1993). Estes modelos probabilísticos, ao não suporem nenhum tipo de FDP dentro do domínio de cálculo, dão resultados muito bons com alto grau de confiabilidade, no entanto, requerem custos computacionais mais altos. Caso se queira obter uma boa aproximação no cálculo da FDP em diferentes pontos do domínio, a aproximação por Montecarlo implica na propagação de um grande número de ondas individuais (500-1000), segundo Larson e Kraus (1992).

Em relação aos modelos espectrais MRF não dispersivos em frequência, estes discretizam a FDP ou o espectro de entrada fora da costa, em um número de seções de energia, nas quais são associados componentes de ondas com amplitude, frequência e direção. A propagação de cada componente de energia permite, mediante superposição linear, obter em cada ponto do domínio as características estatísticas do espectro. Uma pesquisa teórica a respeito pode ser consultada com maior detalhe em Izumiya e Horikawa (1987), Pachang *et. al.* (1990) e Chawla *et. al.* (1998).

Este tipo de modelo permite execuções muito mais rápidas que os modelos probabilísticos, dado que não aplicam técnicas de Montecarlo. Por outro lado, devem supor uma FDP em cada ponto do domínio com a finalidade de modelar a dissipação por quebra corretamente, como será visto mais adiante. Isto implica em perder algo de precisão nos resultados, mas para efeitos de engenharia comparados com os probabilísticos, geram erros desprezíveis na altura significativa de onda. O'Reilly e Guza (1991) afirmam que estes modelos podem ser utilizados com sucesso para desenvolver funções de transferência entre áreas de águas profundas e a costa, onde qualquer espectro incidente pode ser transformado usando tal função de transferência. Dentro deste grupo de modelos estão o REF/DIFs (KIRBY *et. al.*, 1994), o modelo

RCPWAVE (Ebersole *et. al.*, 1986) e o MIKE21 PMS (Danish Hydraulic Institute, 1996).

O modelo OLUCA-SP corresponde a um modelo desta última categoria (Modelo espectral não dispersivo que resolve a fase, MRF). O modelo requer como entrada no contorno exterior (*offshore*), um estado de mar direcional, o qual está representado por um espectro bidimensional discretizado em componentes frequências e direcionais, as quais são propagadas de maneira simultânea.

Para a propagação das componentes de energia, a aproximação parabólica inclui refração-difração com interação onda-corrente (KIRBY, 1986a). O modelo prevê as perdas de energia devido à quebra de ondas mediante a utilização de três diferentes modelos estatísticos de dissipação, dois dos quais calculam a taxa média de dissipação de energia associada a uma “bore” (espuma) em movimento (BATTJES; JANSEN, 1978; THORNTON; GUZA, 1983) e um terceiro que associa a taxa de dissipação ao gradiente entre o fluxo de energia estável e local (WINYU; TOMOYA, 1998).

2.2 Modelos MRF de propagação de ondas por componentes espectrais

Assumindo que a superfície livre da água é periódica no tempo. E que a dependência espacial pode ser dividida em uma fase que varia rapidamente e uma amplitude que varia lentamente, a elevação da superfície livre da água, η , pode ser representada como uma soma de componentes frequenciais e direcionais, assim:

$$\eta = \sum_j \sum_l \eta_{jl} = R_e \left\{ \sum_{j=1}^{N_f} \sum_{l=1}^{N_\theta} A_{jl}(x, y) e^{\psi_j} \right\}$$

$$\psi_j = i\bar{K}_j x - \sigma_j \quad (1)$$

$$\bar{K}_j = 1/B \int_0^B K_j(x, y) dy$$

onde:

x, y = Sistema de coordenadas, tal que o eixo x seja na direção principal de propagação e o eixo y perpendicular a este.

j, l = Índices que representam a frequência e direção, respectivamente.

$R_e(z)$ = Parte real de um número complexo z .

$A_{jl}(x, y)$ = Amplitude da onda complexa para uma componente frequencial, j e direcional, l . Definida em um ponto (x, y) do domínio.

N_f, N_θ = Número de discretizações em frequência e direção, respectivamente.

$K_j(x, y)$ = Número de onda para uma componente com frequência angular, j .

σ_j = Frequência angular para a componente j .

$\bar{K}_j(x)$ = Valor representativo de número de onda associado a uma frequência angular j , em uma coordenada x .

B = Largura do domínio (no eixo y).

Quando o campo de ondas consiste em ondas planas, $A_{jl}(x, y)$ pode ser representado em termos de uma amplitude constante a_{jl} e uma direção θ_{jl} como:

$$A_{jl}(x, y) = a_{jl} e^{i[(K_j \cos \theta_{jl} - \bar{K}_j)x + K_j \sin \theta_{jl}y]} \quad (2)$$

Assume-se a refração, difração e empinamento de componentes de ondas discretas governadas pela aproximação parabólica onda-corrente das equações de declividade suave (KIRBY, 1984 a). A equação que governa a amplitude complexa $A_{jl}(x, y)$ no OLUCA-SP é dada por Kirby (1986a) como será visto mais adiante.

• **Equação da declividade suave**

O problema da propagação de ondas sobre batimetria irregular é tridimensional e envolve complicadas condições de contorno não lineares. Por este motivo, existem muito poucas soluções para o problema tridimensional e todas elas são aplicadas para fundos planos horizontais. Em duas dimensões, os modelos de Chu e Mei (1970) e Djordjevic e Redekopp (1978) prevêem o comportamento de ondas de Stokes sobre batimetria com variação suave. Para a simplificação do problema tridimensional, Berkhoff (1972), entre outros, notou que a maior parte das propriedades das ondas progressivas lineares poderia ser prevista mediante um modelo considerado integrado verticalmente.

A equação a que Berkhoff (1972) chegou é conhecida com o nome de “*mild slope equation*” (equação da declividade suave). A equação pode ser escrita em função do deslocamento da superfície livre, $\eta(x, y)$, mediante a utilização de um operador de gradiente horizontal como:

$$\vec{\nabla}(c_{cg}\vec{\nabla}\eta) + \sigma^2 \frac{c_g}{c} \eta = 0 \quad (3)$$

onde:

$$\vec{\nabla} = \frac{\partial}{\partial x_j} \quad j = 1, 2$$

$$c = \sqrt{\left(\frac{g}{k}\right) \tan h kh} = \text{Celeridade da onda}$$

$$c_g = c \frac{\left(1 + \frac{2kh}{\sinh 2kh}\right)}{2} = \text{Celeridade de grupo}$$

onde $h(x, y)$ é a profundidade local da água, e g a aceleração da gravidade. O número de onda local $k(x, y)$ está relacionado com a frequência angular, σ , e a profundidade, h , mediante a relação de dispersão linear:

$$\sigma^2 = gk \tan h kh \quad (4)$$

O perfil da onda é dado por:

$$\eta = A(x, y)e^{i\sigma t} \quad (5)$$

onde $A(x, y)$ é a amplitude complexa com informação sobre a fase e a amplitude real da onda.

Berkhoff (1972) foi o primeiro a obter uma equação de propagação para ondas de pequena amplitude em áreas com profundidade levemente variável. Posteriormente, tal equação foi ampliada para incluir também os efeitos de correntes por Booij (1981) e Kirby (1983). Foram utilizados diferentes métodos matemáticos para obter as equações para declividades suaves. Enquanto Luke (1967), Booij (1981) e Kirby (1983) utilizaram um princípio variacional, outros autores aplicaram métodos baseados em perturbações.

Muitos autores aplicaram a equação da declividade suave a diversos casos, principalmente utilizando técnicas de diferenças finitas, como por exemplo Jonsson e Skovgaard (1979), Bettles e Zienkiewicz (1977) e Houston (1981).

Radder (1979) desenvolveu para a equação da declividade suave uma aproximação parabólica que tem várias vantagens sobre a forma elíptica apresentada por Berkhoff (1972). Primeiro não são necessárias as condições de contorno na extremidade inferior do recinto de integração e, segundo, permite técnicas de resolução bastante eficientes por meio de um modelo de diferenças finitas. Radder (1979) utilizou uma técnica de divisão de matrizes, que implica na separação do campo de ondas em duas ondas: uma onda propagando-se para frente e outra para trás, desprezando posteriormente esta segunda (o que é justificado uma vez que na maioria das aplicações somente se tem interesse na onda que é propagada para frente). A aproximação de Radder (1979) para as derivadas transversais na direção normal a de propagação, impõe uma restrição ao seu modelo parabólico: as ondas devem ser propagadas dentro dos $\pm 45^\circ$ ao redor da direção principal de propagação. Booij (1981) desenvolveu também um método para a divisão da matriz da equação elíptica, mas seu procedimento inclui mais termos na aproximação das derivadas transversais e, portanto, seu método permite ao modelo parabólico manejar ondas dentro da área de $\pm 50^\circ$ ao redor da suposta direção. Este procedimento de Booij é utilizado no modelo de ondas monocromáticas OLUCA-MC e no modelo espectral OLUCA-SP.

A aproximação parabólica fracamente não linear à equação de declividade suave é dada por:

$$c_g \frac{\partial A}{\partial x} + \frac{\partial A}{\partial y} + i(\bar{k} - k)c_g A + \frac{\sigma}{2} \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{c_g}{\sigma} \right) A - \frac{i}{2\sigma} \frac{\partial}{\partial y} \left[p \frac{\partial A}{\partial y} \right] - i\sigma k^2 D |A|^2 \frac{A}{2} = 0 \quad (6)$$

onde:

$$p = c c_g$$

k = Número de onda de referência, tomado como a média ao longo do eixo y .

D = Forma parte do termo não linear e é definido como:

$$D = \frac{(\cos h 4kh + 8 - 2 \tan h^2 kh)}{8 \operatorname{sen} h^4 (kh)} \quad (7)$$

- **Modelos combinados de refração/difração**

Os predecessores do OLUCA-MC e do OLUCA-SP foram desenvolvidos por Kirby (1983) e Kirby e Dalrymple (1983a), o primeiro mediante uma aproximação Lagrangiana e os segundos mediante uma técnica de escalas múltiplas.

Estes modelos preencheram o espaço entre os modelos não lineares de difração e a equação linear da declividade suave. Este modelo pode ser escrito de diferentes maneiras dependendo da aplicação. Para aplicações dependentes do tempo é utilizada a forma hiperbólica e para problemas estacionários, a forma elíptica. Ambas necessitam do uso de condições de contorno em todos os lados do domínio do modelo.

Tais condições são difíceis de estabelecer, visto que a reflexão não é conhecida *a priori*. Estes modelos têm, no entanto, a vantagem de que não apresentam restrições para a direção das ondas.

Kirby e Dalrymple (1984a) mostram uma comparação entre o modelo fracamente não linear de (1983a) proposto por eles e dados de laboratório. Os testes de laboratório realizados no *Delft Hydraulics Laboratory* por Berkhoff, Booij e Radder (1982), consistiram na determinação da amplitude das ondas sobre um banco em um fundo com declividade. Enquanto os resultados previstos por Berkhoff, Booij e Radder (1982) mediante o traçado dos raios resultaram ser uma aproximação pouco representativa dos testes, a previsão obtida com o modelo de Kirby e Dalrymple (1984) foi considerada excelente.

As comparações entre os modelos parabólicos lineares e não lineares demonstraram a importância dos termos não lineares dispersivos nas equações.

- **Modelos de interação de ondas/correntes**

Utilizando uma aproximação Lagrangiana, Booij (1981) desenvolveu uma versão da equação da declividade suave que inclui os efeitos de corrente. Neste modelo as correntes eram supostamente fracas e qualquer produto entre velocidades de corrente era desprezado. Kirby (1984a) apresentou a forma corrigida de seu modelo da equação da declividade suave para incluir correntes. O termo não linear foi adicionado

por Kirby e Dalrymple (1983b) e neste artigo apresentaram os resultados de modificação das ondas ao atravessar uma corrente. Dessa forma, a equação de declividade suave modificada para uma corrente fraca é:

$$(c_g + U)A_x + VA_y + i(\bar{k} - k)(c_g + U)A + \frac{\sigma}{2} \left[\left(\frac{c_g + U}{\sigma} \right)_x + \left(\frac{V}{\sigma} \right)_y \right] A - \frac{i}{2\sigma} ((p - V^2)A_y)_y - i\sigma \frac{k^2}{2} D|A|^2 A = 0 \quad (8)$$

onde $p = c c_g y \bar{k}$ = número de onda de referência, tomando como a média do número de onda ao longo do eixo y , U é a velocidade média de corrente na direção da coordenada x e V na direção y . O termo não linear inclui D , que é:

$$D = \frac{(\cos h 4kh + 8 - 2 \tan h^2 kh)}{8 \operatorname{sen} h^4 (kh)}$$

Por último, Kirby e Dalrymple (1985) desenvolveram uma versão não linear do modelo parabólico que inclui correntes fortes, com base em uma formulação Lagrangiana (princípio variacional) descrita por Luke (1967), para um fluido não viscoso e irrotacional com uma superfície livre:

$$\delta \int_t \int_{\vec{x}} L d\vec{x} dt = 0; \quad L = \int_{-h}^{\eta} \left[\frac{\partial \Phi}{\partial t} + \frac{1}{2} (\nabla \Phi)^2 + gz \right] dz \quad (9)$$

onde h é a profundidade local e $\delta = \frac{\Delta h}{kh}$ é um parâmetro adimensional relativo à variação da profundidade em um comprimento de onda.

Utilizando a esbeltez da onda $\varepsilon = k|A|$, pode ser demonstrado o potencial de velocidades Φ e a superfície livre η mediante um desenvolvimento em série como:

$$\Phi = \delta^{-1} \Phi_0(\delta_x, \delta_y, \delta_t) + \varepsilon \Phi_1(x, y, z, t) + O(\varepsilon^2) \quad (10)$$

$$\eta = \eta_0(\partial x, \partial y, \partial t) + \varepsilon \eta_1(x, y, t) + O(\varepsilon^2) \quad (11)$$

Assumindo a existência de correntes $\vec{U} = O(1)$ e com $\varepsilon \ll 1, \delta \ll 1$ e $\delta = O(\varepsilon)$

onde Φ_0 é o potencial para a corrente:

$$\vec{U} = \nabla \Phi_0 \quad (12)$$

e Φ_1 é dado por:

$$\Phi_1 = -\frac{ig}{2\sigma} Af(z)e^{i\theta} + \text{complexo conjugado} \quad (13)$$

Operando do modo descrito em Kirby & Dalrymple (1983b), se chega à equação:

$$\begin{aligned} \frac{D^2\phi}{D_t^2} + (\vec{\nabla} \cdot \vec{U}) \frac{D\phi}{Dt} - \vec{\nabla}(c_{cg} \vec{\nabla}\phi) + (\sigma^2 - k^2 c_{cg})\phi + 2\sigma \left[\vec{k} \vec{\nabla}\phi_2 - \frac{k^2}{2\sigma \cos h^2 kh} \right] \phi \\ + \sigma^2 k^2 D|A|^2 \phi + i\sigma \frac{\gamma}{2} \phi = 0 \end{aligned}$$

onde Φ é o potencial na superfície livre ($\Phi(x, y, z, t) = \phi(x, y, t)f(z)$), o termo não linear $\sigma^2 k^2 D|A|^2 \phi$ representa em certo modo, a dispersão por amplitude. O termo de dissipação $i\sigma \frac{\gamma}{2} \phi$ é utilizado para modelar a dissipação de energia por atrito e por quebra das ondas, e ϕ_2 é o potencial para uma onda longa, que é regida pela equação:

$$\begin{aligned} \frac{D^2\phi_2}{D_t^2} + (\vec{\nabla} \cdot \vec{U}) \frac{D\phi_2}{Dt} - g\vec{\nabla}(h\vec{\nabla}\phi_2 + \vec{U}) \\ = -\frac{gk}{2 \sin h} \frac{D}{D_t} |A|^2 + \frac{g^2}{2} \vec{\nabla} \left[\vec{k} \frac{|A|^2}{\sigma} \right] \end{aligned} \quad (15)$$

De acordo com Kirby e Dalrymple (1983a), para obter a equação da onda incidente deve ser desprezado o acoplamento que produz a onda longa no potencial ϕ .

Por outro lado, para obter a aproximação parabólica, deve ser assumido que a onda se propaga principalmente na direção x , ou seja:

$$\vec{k} \cong (k, 0)$$

E assim, a relação de dispersão fica:

$$\omega = \sigma + \vec{k} \cdot \vec{U} \cong \sigma + k \cdot U \quad (16)$$

onde ω é a frequência absoluta e, σ , a frequência intrínseca. A equação da dispersão (4) que relaciona a frequência angular da onda, a profundidade e o número de onda é modificada para levar em conta o efeito Doppler devido à corrente:

$$(\omega - kU)^2 = gk \tan h kh \quad (17)$$

Dado que os processos de refração e difração podem desviar a direção de propagação da direção principal x , a amplitude da onda A deve ser uma função complexa para que absorva as diferenças entre a fase real e a assumida.

Se utilizar o valor de k e substituir em (13), a nova equação para o potencial na superfície livre é:

$$\phi = -i \frac{g}{2\sigma} A(x, y) e^{i \int \bar{k} dx} + \text{complexo conjugado} \quad (18)$$

Desprezando a influência da onda longa e a dependência de A em relação ao tempo na equação (14), chega-se à seguinte equação parabólica para a amplitude complexa:

$$\begin{aligned} & (c_g + U) \frac{\partial A}{\partial x} + V \frac{\partial A}{\partial y} + i(\bar{k} - k)(c_g + U)A + \frac{\sigma}{2} \left[\frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{c_g + U}{\sigma} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{V}{\sigma} \right) \right] A \\ & - \frac{i}{2} \frac{\partial}{\partial y} \left[(cc_g - V^2) \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{A}{\sigma} \right) \right] + \frac{i}{2} \left\{ \frac{\partial}{\partial x} \left[UV \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{A}{\sigma} \right) \right] + \frac{\partial}{\partial y} \left[UV \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{A}{\sigma} \right) \right] \right\} \\ & + \frac{1}{4k} \left\{ \frac{\partial}{\partial x} \frac{\partial}{\partial y} \left[(cc_g - V^2) \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{A}{\sigma} \right) \right] + 2i \frac{\partial}{\partial x} \left[\sigma V \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{A}{\sigma} \right) \right] \right\} \\ & - \frac{\beta}{4} \left\{ 2i\omega U \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{A}{\sigma} \right) + 2i\sigma V \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{A}{\sigma} \right) - 2UV \frac{\partial}{\partial y} \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{A}{\sigma} \right) \right\} \\ & - \frac{\beta}{4} \frac{\partial}{\partial y} \left[(cc_g - V^2) \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{A}{\sigma} \right) \right] + \frac{i}{4k} \left[\frac{\partial}{\partial y} (\omega V) + 3 \frac{\partial}{\partial x} (\omega U) \right] \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{A}{\sigma} \right) \\ & + \frac{\gamma A}{2} + \frac{i\sigma}{2} G(|A|, kh)A = 0 \quad (19) \end{aligned}$$

Sendo:

$$\beta = \frac{1}{k^2} \frac{\partial k}{\partial x} + \frac{1}{2k^2(cc_g - U^2)} \frac{\partial}{\partial x} \left[k(cc_g - U^2) \right]$$

onde $A = A(x, y)$ é a função complexa da amplitude da onda, $G(|A|, kh)$ é uma função não linear com a amplitude, $\vec{U} = (U, V)$ é o vetor velocidade da corrente, ω é a frequência angular absoluta, σ é a frequência angular intrínseca, c é a celeridade de fase ou da onda, c_g é a celeridade de grupo, k é o número de onda e \bar{k} é o número médio de onda de referência medido ao longo do eixo y .

Esta equação é a discretizada no modelo monocromático OLUCA-MC. O desenvolvimento e as operações que são necessários para chegar a essa fórmula são

muito extensos e não é apropriado descrevê-los detalhadamente. Tal desenvolvimento pode ser encontrado nas referências: Kirby e Dalrymple (1985), e Kirby (1986a).

Aplicando o princípio “Minimax”, a equação (19) foi estendida por Kirby (1986c), permitindo ângulos de propagação maiores em relação ao eixo x. A equação estendida que governa a refração, difração e empinamento de uma componente discreta com frequência j e direção l é a seguinte:

$$\begin{aligned}
 & (C_{gj} + U)(A_{jl})_x - 2\Delta_1 V(A_{jl})_y + i(\bar{k}_j - a_0 k_j)(C_{gj} + U)A_{jl} \\
 & + \left\{ \frac{\sigma_j}{2} \left(\frac{C_{gj} + U}{\sigma_j} \right)_x - \Delta_1 \sigma_j \left(\frac{V}{\sigma_j} \right)_y \right\} A_{jl} + i\Delta_j \left[\left((CC_g)_j - V^2 \right) \left(\frac{A_{jl}}{\sigma_j} \right)_y \right]_y \\
 & - i\Delta_1 \left\{ \left[UV \left(\frac{A_{jl}}{\sigma_j} \right)_y \right]_x + \left[UV \left(\frac{A_{jl}}{\sigma_j} \right)_x \right]_y \right\} \\
 & + \frac{-b_1}{k_j} \left\{ \left[\left((CC_g)_j - V^2 \right) \left(\frac{A_{jl}}{\sigma_j} \right)_y \right]_{yx} + 2i \left(\sigma_j V \left(\frac{A_{jl}}{\sigma_j} \right)_y \right)_x \right\} \\
 & + b_1 \beta_j \left\{ 2i\omega_j U \left(\frac{A_{jl}}{\sigma_j} \right)_x + 2i\sigma_j V \left(\frac{A_{jl}}{\sigma_j} \right)_y - 2UV \left(\frac{A_{jl}}{\sigma_j} \right)_{xy} + \left[\left((CC_g)_j - V^2 \right) \left(\frac{A_{jl}}{\sigma_j} \right)_y \right]_y \right\} \\
 & - \frac{i}{k_j} b_1 \left\{ (\omega_j V)_y + 3(\omega_j U_x) \right\} \left(\frac{A_{jl}}{\sigma_j} \right)_x - \Delta_2 \left\{ \omega_j U \left(\frac{A_{jl}}{\sigma_j} \right)_x + \frac{1}{2} \omega_j U_x \left(\frac{A_{jl}}{\sigma_j} \right) \right\} \\
 & + ik_j \omega_j U (a_0 - 1) \left(\frac{A_{jl}}{\sigma_j} \right) + \alpha A_{jl} + \frac{\gamma_l}{2} A_{jl} + \frac{i\sigma_j}{2} k_j^2 D_j |A_{jl}|^2 A_{jl} = 0 \quad (20)
 \end{aligned}$$

onde α e γ são os coeficientes de dissipação de energia por quebra das ondas e atrito pelo fundo, respectivamente.

$$\sigma_j = \omega_j - k_j U; \quad \beta_j = \frac{(k_j)_x}{k_j^2} + \frac{\left(k_j \left((CC_g)_j - U^2 \right) \right)}{2k_j^2 \left((CC_g)_j - U^2 \right)} \quad (21)$$

$$\Delta_1 = a_1 - b_1; \quad \Delta_2 = 1 + 2a_1 - 2b_1; \quad \Delta'_j = a_1 - b_1 \frac{\bar{k}_j}{k_j} \quad (22 a)$$

$$D_j = \frac{\cosh(4k_j h) + 8 - 2 \tanh^2(k_j h)}{8 \sinh^4(k_j h)} \quad (22 b)$$

Os coeficientes a_0 , a_1 e b_1 são escolhidos com base no critério do mínimo erro aplicando o princípio “Minimax”. Seguindo Greene (1984), Kirby (1986c) descreve a aplicação do princípio de “Minimax” em problemas de superfície de ondas, onde as tabelas com resultados dos coeficientes podem ser consultadas em tal referência. Os coeficientes dependem de uma largura de abertura permitida dependendo da direção das ondas. Alguns destes coeficientes são definidos como:

Tabela 1 – Classificação de coeficientes a_0 , a_1 e b_1 de acordo com aproximações parabólicas.

Aproximações parabólicas	a_0	a_1	b_1
Simple: Radder (1979)	1	-0,50	0
Padde (1,1): Booij (1981), Kirby (1986c)	1	-0,75	-0,25
Minimax 70: Kirby (1986c)	0,994733030	-0,890064831	-0,451640568

Kirby (1986c) encontrou que, para categorias máximas (Minimax 70°), são obtidos resultados razoáveis dentro dos ângulos que tipicamente são utilizados, mas mantêm reservas em relação a sua aplicação em modelos numéricos, uma vez que esta aproximação não foi suficientemente comprovada. Kirby (1994) recomenda o uso de Padde (1,1), o qual foi implementado no modelo espectral OLUCA-SP, obtendo-se resultados razoáveis dentro dos $\pm 55^\circ$ com o eixo x.

2.3 Dispersão das ondas devido à altura significativa de onda

Desde que foram apresentados os primeiros modelos de refração e difração combinadas, continua-se a pesquisar o desenvolvimento destes modelos originais, baseados na teoria linear, para que deem resposta a vários fenômenos físicos reais não cobertos, no entanto, por tal teoria. Entre os fenômenos que são de particular importância, destaca-se a não linearidade das ondas, que provoca um aumento da celeridade por efeito da dispersão devido à amplitude, e não somente devido à frequência, como ocorre em ondas lineares. Kirby e Dalrymple (1983a; 1984) demonstraram que a consideração de fenômenos não lineares pode provocar uma clara distorção dos resultados a partir de poucos comprimentos de onda.

Para representar a não linearidade nos modelos de propagação são utilizadas duas aproximações. A primeira aproximação, sugerida inicialmente por Booij (1981),

consiste em utilizar uma relação de dispersão empírica que modele a dispersão por amplitude em águas rasas e que tenha a relação de dispersão frequencial em águas profundas. Esta técnica tem a vantagem de ter, pelo menos, uma descrição empírica do comportamento em águas rasas, mas tem o inconveniente de linearizar os resultados em águas profundas.

A segunda consiste em modificar o modelo linear de Kirby e Dalrymple (1983a), incluindo um termo proporcional ao cubo da amplitude da onda que representa a distorção do número de onda resultante dos efeitos de terceira ordem na teoria de Stokes. Esta aproximação apresenta a vantagem de ter uma base analítica válida, mas tem o claro inconveniente de não ser adequada para águas pouco profundas.

• **Relação de dispersão empírica**

A teoria de Stokes para águas profundas e intermediárias oferece a seguinte relação de dispersão:

$$\sigma^2 = gk(1 + \varepsilon^2 D) \tan h(kh) \quad (23)$$

onde:

$$\varepsilon = k|A| \quad e \quad D = \frac{\cosh(4kh) + 8 - 2 \tanh^2(kh)}{8 \sinh^4(kh)} \quad (24)$$

Esta formulação é válida para números de Ursell $Ur < 0(1)$ com Ur definido como:

$$Ur = \frac{|A|}{h} \frac{1}{(kh)^2} \quad (25)$$

Tal restrição não é cumprida em águas rasas, onde $kh \rightarrow 0$ com A/h pequeno, mas finito. Além disso, a singularidade em D é muito grande e invalida os resultados em águas pouco profundas:

$$kh \rightarrow 0 \quad D \approx \frac{9}{8} \frac{1}{(kh)^4} \quad (26)$$

Em águas pouco profundas, Hedges (1976) propôs uma modificação da relação de dispersão linear para modelar a dispersão por amplitude:

$$\sigma^2 = gk \tan h [k(h + |A|)] \quad (27a)$$

que, em águas pouco profundas e para A/h pequeno, tende a:

$$\sigma^2 = gk^2(h + |A|) \quad (27b)$$

Ou, o que é equivalente a:

$$c = \sqrt{g(h + |A|)} \quad (27c)$$

Que representa a velocidade de propagação de uma onda solitária de altura $H=|A|$. Em águas profundas, a relação de Hedges (1976) tende à relação linear (4), já que $|A|/h \rightarrow 0$ devido ao aumento da profundidade.

A não adequação de uma relação de dispersão empírica em águas rasas para modelar efeitos não lineares em águas intermediárias, somada à invalidez da teoria de Stokes em águas pouco profundas, levou Kirby e Dalrymple (1986b) a buscar uma relação de dispersão que fosse capaz de prever a celeridade da onda desde águas profundas a águas rasas. Com a finalidade de incorporá-la em modelos de propagação de ondas, propuseram a seguinte relação de dispersão:

$$\sigma^2 = gk(1 + f_1 \varepsilon^2 D) \tan h(kh + f_2 \varepsilon) \quad (28)$$

onde $f_1 = f_1(kh)$ e $f_2 = f_2(kh)$ são duas funções arbitrárias, ε e D estão definidos como em (24).

O modelo apresentado é construído escolhendo expressões adequadas para as funções f_1 e f_2 . Em particular é necessário que:

$$f_1(kh) \rightarrow 1 \text{ e } f_2(kh) \rightarrow 0 \text{ quando } kh \rightarrow \infty \quad (29a)$$

para recuperar a equação do modelo de Stokes em águas profundas e intermediárias, enquanto que em águas rasas é necessário que:

$$f_1(kh) = O[(kh)^5] \text{ e } f_2(kh) \rightarrow 1 \text{ quando } kh \rightarrow 0 \quad (29b)$$

para evitar a singularidade em D , de ordem $O[(kh)^{-4}]$.

Por outro lado, a equação de Hedges (1976) é obtida fazendo $f_1 = 0$ e $f_2 = 1$ para qualquer valor de kh .

Com base nas exigências anteriores, Kirby e Dalrymple (1986b) escolheram os valores de f_1 e f_2 como:

$$f_1(kh) = \tan h^5(kh) \quad (30)$$

$$f_2(kh) = \left[\frac{kh}{\text{sen } h(kh)} \right]^4 \quad (31)$$

Como pode ser visto na Figura 1, a relação proposta concorda adequadamente com ambas as relações; a de Stokes em águas profundas e a de Hedges (1976), em águas rasas. Em tal figura foi representada a variação da relação de dispersão $\frac{\sigma^2}{gk}$:

$$\frac{\sigma^2}{gk} = \frac{\sigma}{\bar{k}} = \frac{c}{c_0} \quad (32)$$

Em função de kh para diferentes valores de E , sendo c a celeridade da onda e c_0 a celeridade em águas profundas.

Com a finalidade de incluir efeitos não lineares na propagação de componentes de energia de um estado de mar, Kirby *et. al.* (1994) propõe modificar as relações de dispersão aplicadas em ondas monocromáticas (Hedges, equação (27a) e modelo híbrido, equação (28)). Esta modificação é fundamentada no fato de que os efeitos não lineares aumentam sua importância quando a quebra das ondas é forte. Visto que a altura significativa de onda H_s é importante dentro dos modelos de quebra, como será visto mais adiante, esta foi incluída nas modificações das relações de dispersão.

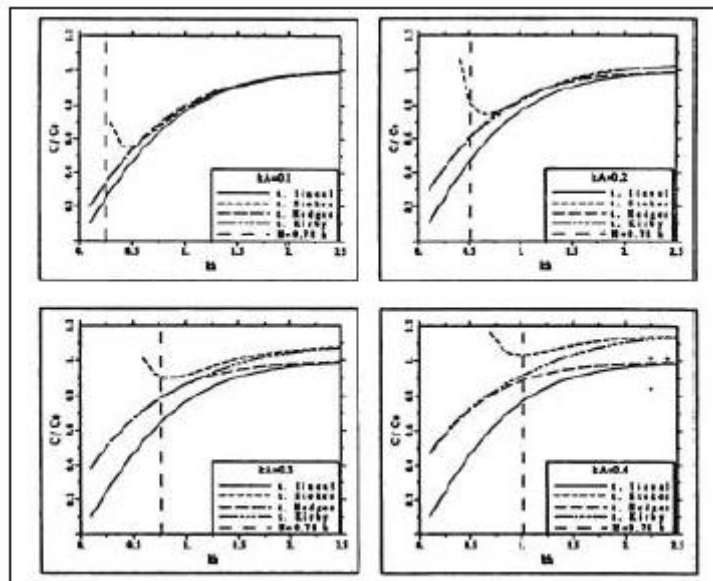


Figura 1 – Variação das relações de dispersão lineares e não lineares com kh e a esbeltez da onda E. Kirby e Dalrymple (1986b).

O modelo OLUCA-SP permite as seguintes opções de equações de dispersão para uma frequência determinada j :

$$\sigma_j^2 = gk_j(1 + \varepsilon_j^2 D_j) \tanh(k_j h) \quad (33) \quad \text{Stokes, sem modificação}$$

$$\sigma_j^2 = gk_j \tanh(k_j h + \varepsilon_s) \quad (34) \quad \text{Hedges, modificado}$$

$$\sigma_j^2 = gk_j(1 + f_{1j}\varepsilon_j^2 D_j) \tanh(k_j h + f_{2j}\varepsilon_s) \quad (35) \quad \text{Modelo híbrido modificado, Kirby}$$

onde:

$$\varepsilon_j = k_j |A|_{jl} \quad (36)$$

$$\varepsilon_s = k_j H_s / 2$$

sendo h a profundidade em um determinado ponto do domínio, e D_j , f_{1j} e f_{2j} os mesmos definidos anteriormente para uma frequência j . Destas opções, a (35) cobre uma maior variedade de profundidades de água.

• **Modificação do modelo linear, incluindo um termo em $|A^2|/A$**

As equações parabólicas de Booij (1981) e Radder (1979) são equações baseadas na equação linear de Berkhoff (1972) e, como tais, não são capazes de reproduzir efeitos não lineares dependentes da amplitude da onda. Os modelos lineares tendem, em geral, a calcular por excesso as amplitudes de onda nas proximidades de áreas de concentração de ondas e formação de cáusticos, onde a esbeltez aumenta rapidamente e os efeitos não lineares chegam a ser importantes. Esta tendência pode ser observada na verificação realizada por Berkhoff, Booij & Radder (1982).

Por esta razão, Kirby e Dalrymple (1983a) derivaram uma equação parabólica para a propagação de ondas fracamente não lineares “*weakly-nonlinear waves*” empregando um método de perturbação multiescalar. O desenvolvimento formal, que

pode ser encontrado em Kirby e Dalrymple (1983a), utiliza um desenvolvimento do tipo WKB (Wentzel-Kramers-Brillouin) para a potência da onda no contexto da teoria de Stokes, muito similar ao utilizado por Yue e Mei (1980) para o caso de profundidade constante.

A aproximação parabólica que obtiveram para a amplitude foi:

$$2ikcc_g \frac{\partial A}{\partial x} + 2k(k - \bar{k})cc_g A + i \frac{\partial(kcc_g)}{\partial x} A + \frac{\partial}{\partial y} cc_g \frac{\partial A}{\partial y} - kcc_g K' |A|^2 A = 0 \quad (37)$$

Com $K' = k^3 \frac{c}{c_g} D$, D definido como em (24) e A uma função complexa da amplitude. Esta equação é igual a de Radder (1979) (substituindo $\phi = i \frac{g}{\sigma} A e^{i\bar{k}x}$), exceto pelo termo não linear:

$$-kcc_g K' |A|^2 A$$

A aproximação realizada para incluir a não linearidade utilizada no modelo monocromático OLUCA-MC e no modelo espectral OLUCA-SP foi objeto de uma posterior verificação, e seus resultados foram amplamente satisfatórios conforme Kirby e Dalrymple (1984). Um inconveniente que deve ser considerado é que em águas pouco profundas a aproximação de Stokes de ordem superior a um não é utilizável, já que o termo D não converge independentemente de sua falta de validade desde um ponto de vista físico. No entanto, esta limitação é solucionada parcialmente com a relação de dispersão empírica (35).

2.4 Clima de ondas

O processo de discretização do espectro bidimensional permite definir componentes de energia onde é associada uma amplitude complexa A_{jl} com uma frequência f_j e um ângulo de incidência θ_l . Para determinar as perdas de energia associadas à quebra de ondas (ver detalhes na seção seguinte) é necessário definir em cada ponto do domínio uma altura de onda estatística (altura significativa de onda H_s ou altura média quadrática H_{rms}). Assumindo uma distribuição de alturas de onda de Rayleigh e utilizando a informação das componentes espectrais em cada ponto (x, y) do domínio, a altura significativa de onda pode ser calculada como:

$$H_s(x, y) = \left(8 \sum_{j=1}^{N_f} \sum_{l=1}^{N_\theta} |A_{jl}(x, y)|^2 \right)^{1/2} \quad (38)$$

E a altura de onda média quadrática H_{rms} , como:

$$\sqrt{2}H_{rms}(x, y) = H_s(x, y) \quad (39)$$

Também em cada ponto (x, y) do domínio pode ser definido o espectro frequencial $E(f)$ como:

$$E(f_j) = \frac{\sum_{l=1}^{N_\theta} |A_{jl}(x, y)|^2}{2(\Delta f_j)} \quad (40)$$

onde $j = 1, \dots, N_f$ e $\Delta f_j =$ Incremento frequencial para f_j .

Com o objetivo de definir o espectro bidimensional em um ponto (x, y) do domínio, o espectro direcional é definido dividindo-se em 37 categorias de 5° entre $(\theta = -92,5^\circ$ e $\theta = 92,5^\circ)$. Para cada frequência, as componentes propagadas possuem um ângulo que fica localizado em alguma das 37 categorias direcionais. Posteriormente, a energia é somada para cada uma das categorias. O espectro direcional é obtido como:

$$S(f_j, \theta_k) = \frac{\sum_{l=1}^{z_{jk}} |A_{jl}(x, y)|^2}{2\Delta f_j \Delta \theta} \quad (41)$$

onde $k = 1, \dots, 37$; $\Delta \theta = 5^\circ$; $z_{jk} =$ número de componentes na frequência j que se encontram na categoria k de direção.

A superfície livre $\eta(x, y)$ pode ser obtida a partir do método das fases aleatórias, tal como é mostrado a seguir:

$$\eta(x, y) = \sum_{j=1}^{N_f} \sum_{l=1}^{N_\theta} \eta_{jl}(x, y) \quad (41a)$$

$$\eta(x, y) = \sum_{j=1}^{N_f} \sum_{l=1}^{N_\theta} |A_{jl}(x, y)| \sin(k_j x \cos \theta_{jl} + k_j y \sin \theta_{jl} + \varepsilon_{jl}) \quad (41b)$$

onde ε_{jl} é uma fase aleatória.

2.5 Modelagem de dissipação de energia

Em muitos casos, a simulação realista da propagação de ondas requer a inclusão de efeitos de dissipação de energia, que introduzem uma leve não linearidade. A presença localizada de dissipação de energia no fundo ou em algum ponto da coluna de água provoca a difração das ondas, assim como sua atenuação.

A inclusão de um termo de dissipação de energia em uma equação de propagação foi estudada por Skovgaard, Jonsson e Bertelsen (1975), que apresentaram um modelo de dissipação por atrito de fundo. Seguindo esta ideia, Booij (1981) e posteriormente Dalrymple, Kirby e Hwang (1984) desenvolveram modelos parabólicos incluindo tal termo de dissipação.

Dalrymple, Kirby e Hwang (1984), seguindo o método empregado por Booij (1981), introduziram um fator de dissipação γ na equação de Berkhoff (1972):

$$\vec{\nabla}(cc_g \vec{\nabla}\phi) + (k^2 cc_g + i\sigma\gamma)\phi = 0 \quad (42)$$

Seguindo o raciocínio para a obtenção da equação parabólica de Radder (1979), separando as componentes incidentes e refletidas, chega-se a uma equação parabólica com o termo de dissipação semelhante ao de (20):

$$+ \frac{\gamma_j}{2} A_{jl} \quad (43)$$

onde γ é a dissipação da energia para o componente j , dividida pela energia (sua unidade é tempo⁻¹). Utiliza diferentes expressões dependendo da origem da dissipação de energia. A seguir, são mostrados alguns modelos de dissipação por superfície, fundo e quebra das ondas:

- **Camada limite laminar na superfície e no fundo**

Na superfície livre da água e no fundo são formadas as respectivas camadas limite devido à ação da viscosidade. Nas superfícies contaminadas (com origem natural ou não), onde é formada uma película superficial, é produzida uma importante viscosidade do fluido e seu valor é dado, segundo Phillips (1966), por:

$$\begin{aligned} \gamma_j = \gamma_{sj} + \gamma_{fj} &= \frac{\sigma_j k_j \sqrt{\frac{\nu}{2\sigma_j}} (1-i)}{\tan h(k_j h)} + \frac{2\sigma_j k_j \sqrt{\frac{\nu}{2\sigma_j}} (1-i)}{\text{sen } h(k_j h)} \\ &= \frac{2\sigma_j k_j \sqrt{\frac{\nu}{2\sigma_j}} (1 + \cos h^2(k_j h))}{\text{sen } h(2k_j h)} (1-i) \end{aligned} \quad (44)$$

Onde $\nu = 1,3 \cdot 10^{-6} \frac{m^2}{s}$ é a viscosidade cinemática e $\frac{\nu}{2\sigma_j}$ representa a espessura da camada limite.

• **Camada limite turbulenta no fundo**

No campo, as condições de ondas são tais que a camada limite no fundo é sempre turbulenta. Neste caso, a dissipação de energia pode ser obtida utilizando o coeficiente de atrito de Darcy-Weisbach, f . Dean e Dalrymple (1984) demonstraram que a dissipação de energia para esta camada limite é dada pela equação:

$$\gamma_j = \frac{2\sigma_j f k_j |A_{jl}| (1-i)}{3\pi \text{sen } h(2k_j h) \text{sen } h(k_j h)} \quad (45)$$

Com $f=4 fw$, onde $fw=0,01$ (fw é o coeficiente de Darcy-Weisbach para ondas).

• **Fundos porosos de areia**

A maioria dos fundos é porosa e as ondas induzem um fluxo no interior do leito. O resultado é um amortecimento devido ao fluxo de Darcy na areia. Para leitos caracterizados por um coeficiente de permeabilidade, C_p , pode ser demonstrado que o amortecimento é dado por:

$$\gamma_j = \frac{g k_j C_p (1-i)}{\cos h^2(k_j h)} \quad (46)$$

O coeficiente de permeabilidade, C_p , tem unidade de (m^2) e é da ordem de $4,5 \cdot 10^{-11} m^2$. Liu e Dalrymple (1984) demonstraram que para areias muito permeáveis, o amortecimento se dá em relação contrária ao C_p e que, portanto, deve ser utilizada uma equação diferente para γ . No entanto, este caso não costuma ocorrer na natureza.

• Quebra da onda

Sem dúvida, a quebra da onda é um dos fenômenos mais significativos da hidrodinâmica costeira, já que afeta diferentes processos costeiros naturais, tais como as correntes litorâneas e o transporte de sedimentos. A quebra das ondas, que é produzida principalmente na zona de surfe ao diminuir a profundidade; também pode ser produzida em águas mais profundas por esbeltez da onda, sendo um fenômeno altamente não linear e dissipativo.

A análise da quebra das ondas é fundamental para um modelo de propagação em áreas costeiras e deve servir para determinar a perda de energia sofrida. Em geral, os modelos de dissipação das ondas em quebra podem ser classificados em duas categorias:

-Modelos de dissipação associados à propagação de *bores* (espuma); e

-Modelos que determinam a variação espacial da energia das ondas ou da “ação da onda”.

O modelo OLUCA-SP permite escolher entre três modelos, dois da primeira categoria (BATTJES; JANSSEN, 1978; THORNTON; GUZA, 1983) e outro da segunda categoria (WINYU; TOMOYA, 1998).

Quando a onda se aproxima de profundidades reduzidas próximas à zona de quebra, ocorre fundamentalmente o empinamento e a refração devido ao contorno do fundo. São aumentadas as velocidades e ocorre a dissipação devida, principalmente, ao atrito do fundo e à percolação. Dadas às características aleatórias das ondas em um estado de mar (diferentes amplitudes, períodos e fases), não existe um ponto de quebra, mas uma zona de quebra onde em cada ponto existem ondas em quebra e sem quebrar, sendo a turbulência o principal mecanismo de dissipação. Com isso, o processo de dissipação de energia das ondas, associado a uma porcentagem de ondas quebrando em uma determinada profundidade, está ligado às propriedades estatísticas do estado do mar em tal ponto (altura significativa de onda, H_s ou altura de onda quadrática média, H_{rms}).

O OLUCA-SP resolve numericamente o sistema mediante avanços espaciais no domínio. Em cada passo, propagam-se todos as componentes de energia, as quais são recompostas linearmente para obter H_s ou H_{rms} (associados a um estado de mar). Sendo esta a informação estatística empregada como entrada ao modelo de

dissipação de energia devido à quebra. O OLUCA-SP aplica uma aproximação espectral ao processo de quebra das ondas sem considerar a quebra individual das componentes propagadas.

Se considerar um modelo linear de empinamento para uma componente de onda de frequência j e direção l (CHAWLA *et. al.*, 1998), tem-se:

$$C_{gj} \frac{\partial A_{jl}}{\partial x} + \frac{1}{2} \frac{\partial C_{gj}}{\partial x} A_{jl} = 0 \quad (47)$$

Se incluir um termo de amortecimento com a finalidade de simular a quebra de tal onda, é obtida a seguinte equação de evolução:

$$C_{gj} \frac{\partial A_{jl}}{\partial x} + \frac{1}{2} \frac{\partial C_{gj}}{\partial x} A_{jl} = -\alpha A_{jl} \quad (48)$$

Obtendo-se a seguinte equação de energia:

$$\frac{\partial (C_{gj} |A_{jl}|^2)}{\partial x} = -2\alpha |A_{jl}|^2 \quad (49)$$

Somando componentes ao longo das frequências e direções, se obtém:

$$\frac{\partial \left(\sum_{j=1}^{N_f} C_{gj} \sum_{l=1}^{N_\theta} |A_{jl}|^2 \right)}{\partial x} = -2\alpha \sum_{j=1}^{N_f} \sum_{l=1}^{N_\theta} |A_{jl}|^2 \quad (50)$$

Definindo, a partir de uma distribuição de altura de ondas de *Rayleigh*, a altura de onda média quadrática H_{rms} :

$$H_{rms}^2 = 4 \sum_{j=1}^{N_f} \sum_{l=1}^{N_\theta} |A_{jl}|^2 \quad (51)$$

Substituindo (51) em (50), se obtém:

$$\frac{\partial \left(\sum_{j=1}^{N_f} C_{gj} \sum_{l=1}^{N_\theta} |A_{jl}|^2 \right)}{\partial x} = -\frac{1}{2} \alpha H_{rms}^2 \quad (52)$$

Por outro lado, como será visto mais adiante, tanto os modelos de dissipação de energia para ondas monocromáticas, quanto os modelos de ondas espectrais, representam o balanço de fluxo de energia da seguinte forma:

$$\frac{\partial EC_g}{\partial x} = -\bar{D} \quad (53)$$

onde D é a taxa média temporária de dissipação de energia por unidade de área, devido à quebra das ondas, e EC_g o fluxo de energia demonstrado como:

$$EC_g = \frac{1}{2} \rho g \sum_{j=1}^{N_f} C_{gj} \sum_{l=1}^{N_\theta} |A_{jl}|^2 \quad (54)$$

Substituindo (54) em (53) e, após isto, em (52), é obtida a seguinte relação:

$$\alpha = \frac{4\bar{D}}{\rho g H_{rms}^2} \quad (55)$$

Os modelos de dissipação de energia do tipo (53) podem ser incluídos nas equações do modelo parabólico mediante o termo αA_{ji} em (20), aplicando a equação de α definida em (55).

Modelo de dissipação de Battjes e Janssen, 1978 (MBJ)

Este modelo prevê a transformação da altura da onda média quadrática H_{rms} devido à dissipação por quebra das ondas. É baseado na hipótese de que a distribuição das alturas de onda, associada a um H_{rms} , são do tipo Rayleigh. Tal distribuição de alturas de onda é truncada a partir de uma altura de onda máxima que permite uma determinada profundidade. Essa energia truncada permite calcular a taxa de energia média a ser dissipada, D .

Dentro deste modelo devem ser distinguidos dois aspectos: a taxa de dissipação por quebra de uma só onda independente, e a probabilidade de ocorrência de ondas quebrando de um estado de mar, em uma profundidade determinada. Em relação à primeira, tal como apresentam muitos autores (por exemplo, STOKER, 1957; LE MÉHAUTÉ, 1962; BATTJES *et. al.*, 1978), a energia dissipada no processo de quebra de uma onda é associada à energia dissipada por um “bore” em fluxo uniforme. Isto permite definir uma relação da ordem de magnitude da taxa de dissipação de energia por unidade de área D :

$$D \approx 1/4 f \rho g \frac{H_b^3}{h_b} \quad (56)$$

onde f é a frequência da onda, ρ a densidade de massa da água, g a aceleração da gravidade, H_b a altura da onda na quebra e h_b a profundidade onde quebra a onda.

Em relação ao segundo aspecto, dado que a anterior taxa de dissipação é aplicada a uma onda monocromática, sua aplicação para ondas no mar (escrito como D) deve levar em conta a aleatoriedade das ondas e o fato de que nem todas as ondas que passam por um ponto quebram. Portanto, o modelo MBJ assume as seguintes hipóteses:

1. A frequência de pico associada ao espectro de energia de entrada f_p é usada como frequência f em (56). O que pressupõe que a dissipação é independente da frequência.

2. H_b é a altura máxima de onda monocromática que passa sem quebrar em um ponto com profundidade h_b . O MBJ aplica uma equação do tipo Miche (1954) para definir (H_b/h_b) , como será visto mais adiante.

3. $H_b/h_b \sim 0$ (1) na zona de arrebentação.

4. A distribuição de alturas de onda na zona de quebra é do tipo *Rayleigh*. Esta ao ser truncada para $H > H_b$ permite definir uma equação para a fração de ondas em quebra Q_b , em uma determinada profundidade.

5. Todas as ondas em quebra têm uma altura de onda igual a H_b .

6. Somente é considerado o balanço de fluxo de energia na direção x (53).

7. Não se leva em conta a recomposição de ondas em perfis com bancos.

Com o qual a taxa de dissipação média de ondas D é apresentada como:

$$\bar{D} = \frac{\alpha_1}{4} Q_b f_p \rho g H_b^2 \quad (57)$$

onde α_1 é uma constante de ordem 1. Se não levar em conta em (57) Q_b , esta seria a dissipação de uma onda de altura H_b . Quando se inclui Q_b (Q_b = número de ondas em quebra em um ponto / número de ondas totais), obtém-se a dissipação total dividida entre todas as componentes, portanto D é uma dissipação média associada a cada uma das componentes das ondas.

Altura de onda de quebra, H_b

O MBJ aplica o modelo de Miche (1954) com uma ligeira modificação ao incluir o parâmetro de quebra γ :

$$H_b = 0.88k_p^{-1} \tanh\left(\frac{\gamma k_p h}{0.88}\right) \quad (58)$$

onde k_p é o número de onda definido a partir da relação de dispersão linear, com a frequência de pico inicial (f_p), h é a profundidade local da água e γ a relação de altura da onda e profundidade da água ($\gamma=H_b/h$). É observado em (58) que para profundidades muito reduzidas (h pequeno), $H_b \sim \gamma h$.

Battjes e Stive (1985) utilizando dados de campo e testes de laboratório de pequena e grande escala, calibraram o parâmetro γ em (58) que melhor ajustava D . Para isto fixaram $\alpha_1 = 1$ em (57). A equação que obtiveram foi a seguinte:

$$\gamma = aa1 + bb1 \tanh(33S_0) \quad (59)$$

onde $aa1 = 0,5$, $bb1 = 0,4$ e S_0 é a esbeltez de onda em profundidades indefinidas, definida como ($S_0 = H_{0rms}/L_{p0} = 0,64H_{0rms}f_p^2$).

Nairn (1990) incluiu uma série de dados de baixa esbeltez de onda, medidos em *Leadbetter beach*, Califórnia, obtendo o seguinte ajuste:

$$\gamma = 0,39 + 0,56 \tanh(33S_0) \quad (60)$$

No capítulo 5 de validação do OLUCA-SP são provadas estas duas expressões, obtendo-se resultados muito similares. A partir destas provas, foi deixada-a (60) como fixa dentro do modelo.

Fração local de ondas em quebra, Q_b

Tal e como foi dito anteriormente, o MBJ assume que a função de probabilidade de distribuição de altura de ondas (em quebra ou não) em um ponto determinado é do tipo *Rayleigh*. Em águas rasas, a distribuição de *Rayleigh* é truncada para $H > H_b$, sendo necessário assumir uma distribuição de probabilidade da energia de ondas em quebra. Battjes e Janssen assumem como hipótese que todas as ondas em quebra têm uma altura de onda igual a H_b , mas com uma função delta em H_b que representa

essas ondas em quebra. Com esta hipótese, pode ser demonstrado que a probabilidade de ocorrência de ondas em quebra, Q_b , está relacionada com H_{rms} e H_b (ver detalhes em Battjes e Janssen, 1978), obtendo-se a seguinte equação:

$$\frac{1 - Q_b}{-\ln Q_b} = \left(\frac{H_{rms}}{H_b} \right)^2 \quad (61)$$

Q_b pode ser resolvido nesta relação aplicando o método Newton-Raphson. Em (61), quando as ondas representadas por H_{rms} são muito pequenas em relação à altura de onda máxima local H_b , então $Q_b \sim 0$ o que indica que não há ondas em quebra, caso que ocorre em grandes profundidades. Se pelo contrário se aproximar a profundidades muito reduzidas, H_b é pequeno perante H_{rms} , e então $Q_b \sim 1$, o que significa que todas as ondas quebram.

Para efeitos práticos, substituindo (61) em (57), é possível substituir H_b por H_{rms} , obtendo-se a seguinte equação:

$$\bar{D} = \frac{\alpha_1}{4} f_p \rho g H_{rms}^2 \left(\frac{-\ln Q_b}{1 - Q_b} \right) Q_b \quad (62)$$

Novamente, se for substituída esta equação em (55), se obtém o coeficiente α de atrito que se aplica ao modelo parabólico, para cada uma das componentes de energia propagados com (20), onde a equação α é:

$$\alpha = \alpha_1 f_p \left[\frac{-\ln Q_b}{1 - Q_b} \right] Q_b \quad (63)$$

Sendo $\alpha_1 \neq f$, isto implica que todas as componentes dissipam por igual, hipótese que se levanta uma vez que o modelo não inclui interação onda-onda. Alguns autores (KAIHATU *et. al.*, 1995; KIRBY *et. al.*, 1996) tem proposto relações de α como uma função de frequência ao quadrado, com a finalidade de incluir a interação onda-onda. Visto que estas relações não foram devidamente testadas, não foram incluídas no modelo.

O processo de cálculo da dissipação é o seguinte:

1. Dada a frequência de pico f_p e uma profundidade local, determina-se H_b de (58).

2. Com H_{rms} recomposta a partir das componentes de energia, aplicando (38) e (30) e H_b , é obtida a fração de ondas em quebra Q_b em (61).

3. É calculado α de (63) e reincorporado dentro do modelo parabólico (20), onde se propagam cada uma das componentes do espectro.

Juntamente com as cinco hipóteses apresentadas anteriormente, é necessário incluir algumas hipóteses que foram assumidas ao incorporar este modelo no OLUCA-SP:

1. O OLUCA-SP assume que o coeficiente α em (63) é constante para todas as frequências dos componentes de energia, devido a que o modelo OLUCA-SP é linear e não inclui a interação onda-onda.

2. O OLUCA-SP está orientado à propagação de ondas “swell” (marulhos), uma vez que não foi modificado o MBJ para levar em conta efeitos direcionais, unicamente é considerada a mudança de fluxo de energia na direção principal de propagação x .

3. O MBJ não leva em conta a recomposição das ondas em áreas posteriores a bancos, no entanto na prática, um incremento na profundidade da água faz com que a dissipação diminua.

Modelo de dissipação Thornton e Guza (1983) (MTG)

Este modelo é similar ao MBJ, baseado na similaridade da dissipação de energia devido à quebra das ondas com a dissipação de um “bore”, e na qual a distribuição de alturas de onda em um ponto é do tipo *Rayleigh*.

O MTG aplica uma relação de D similar à (56), a qual, aplicada a uma onda monocromática, aparece como:

$$D \approx \frac{1}{4} f \rho g \frac{(BH)^3}{h} \quad (64)$$

onde B é um parâmetro do $0(1)$ associado ao tipo de quebra ($B \sim 1$ quebra similar à dissipação por “bore”, $B < 1$ quebra deslizante, e $B > 1$ quebra mergulhante).

A extensão desta relação de uma onda monocromática com a dissipação média por quebra em ondas aleatórias (D) supõe as seguintes hipóteses:

1. A frequência em (64) é a associada à f_p assumindo de novo que a dissipação média de todas as componentes em um ponto dado é constante.

2. A distribuição de alturas de onda na zona de quebra é do tipo *Rayleigh*.

3. Diferente do MBJ, este modelo propõe uma função empírica de distribuição de alturas de ondas em quebra $P_b(H)$, a qual depende de H_{rms} , h e $\gamma=0,42$ (ver detalhes em Thornton e Guza, 1983). Esta função permite definir a quebra e a dissipação diferente para cada componente (nem todas as ondas grandes estão em quebra como ocorria com o MBJ para $H>H_b$) e por outro lado, não é necessário definir uma altura de onda máxima de quebra, H_b .

4. Só é considerado o balanço de fluxo de energia na direção x (53).

5. Não se leva em conta a recomposição de ondas quando aumenta a profundidade na direção da propagação.

A equação para (D) do MTG é:

$$\bar{D} = \frac{B^3}{4h} \rho g f_p \int_0^{\infty} H^3 P_b(H) dH \quad (65)$$

Desenvolvendo matematicamente esta equação, é obtido:

$$\bar{D} = \frac{3\sqrt{\pi}}{16} \rho g \frac{B^3 f_p}{\gamma^4 h^5} H_{rms}^7 \quad (66)$$

Stive (1984) afirma que a dissipação similar ao *bore* subestima a dissipação por quebra entre 30% e 50%, e recomenda para testes de laboratório $B=0,8$ e campo $B=1,5$. Posteriormente, Mase e Kirby (1992) recomendam para as constantes B e γ valores de 1 e 0,6 respectivamente. A partir dos testes do modelo no capítulo 5, foi concluído que $B=1,0$ e $\gamma=0,6$ representam muito bem a propagação em laboratório e campo. Substituindo (66) em (55) é obtido o parâmetro de dissipação α aplicado em (20):

$$\alpha = \frac{3\sqrt{\pi}}{4} \frac{f_p B^3}{\gamma^4 h^5} H_{rms}^5 \quad (67)$$

Da mesma forma que a implementação do MBJ no OLUCA-SP, o MTG assume as mesmas três hipóteses anteriormente expostas.

Modelo de dissipação de Winyu e Tomoya (1998) (MWT)

Este modelo é diferente dos dois anteriores, não assume dissipação de energia por quebra similar à do “bore”. O MWT assume um modelo de dissipação similar ao de Dally (1992), onde D é proporcional à diferença entre o fluxo de energia local de uma onda quebrando e o fluxo de energia estável. A diferença é que o MWT não aplica a dissipação propagando onda a onda, visto que computacionalmente é inviável, neste modelo incorpora-se a fração de ondas em quebra Q_b (a mesma de Battjes *et. al.*, 1978). A equação para a dissipação média de energia devido à quebra das ondas D é demonstrada como:

$$\bar{D} = \frac{K_5 Q_b C_p}{h} [E_m - E_s] \quad (68)$$

onde:

$$E_m = \frac{1}{8} \rho g H_{rms}^2 \quad (69)$$

$$E_s = \frac{1}{8} \rho g H_e^2 = \frac{1}{8} \rho g (T_e h)^2 \quad (70)$$

K_5 é uma constante proporcional, C_p é a velocidade de fase associada à frequência de pico f_p do espectro, h é a profundidade local da água, E_m é o fluxo médio de energia local, E_s é o fluxo médio de energia estável, H_e é a altura de onda estável e T_e é o fator de estabilidade de onda para ondas irregulares.

Substituindo (69) e (70) em (68), é obtida a seguinte equação:

$$\bar{D} = \frac{K_5 Q_b C_p \rho g}{8h} [H_{rms}^2 - (T_e h)^2] \quad (71)$$

Onde o fator T_e é definido de forma empírica como:

$$T_e = \exp \left[K_6 \left(-0.36 - 1.25 \frac{h}{\sqrt{L_p H_{rms}}} \right) \right] \quad (72)$$

K_6 é um coeficiente de ajuste, L_p é o comprimento da onda associado à frequência pico f_p . Os limites para T_e são definidos como: $(T_e = 0,02$ para $\frac{h}{\sqrt{L_p H_{rms}}} > 1,6$ e $T_e = 0,52$ para $\frac{h}{\sqrt{L_p H_{rms}}} < 0,04$).

A fração de ondas em quebra Q_b é definida como em (61), mas a altura de onda de quebra H_b é calculada aplicando o critério de quebra de Goda (1970):

$$H_b = K_7 L_0 \left\{ 1 - \exp \left[-1.5 \frac{\pi h}{L_0} (1 + 15m^{4/3}) \right] \right\} \quad (73)$$

Onde K_7 é um coeficiente de ajuste, L_0 é o comprimento da onda em profundidades indeterminadas e associado a f_p , e m a declividade do fundo.

Winyu e Tomoya (1998) calibraram o modelo para determinar os valores ótimos K_5 , K_6 e K_7 . A calibração foi realizada com dados de 128 experimentos de grande escala do SUPERTANK (KRAUS; SMITH, 1994). Os testes indicaram que $K_5 = 0,10$, $K_6 = 1,60$ e $K_7 = 0,10$ dão um bom ajuste entre as alturas médias quadráticas de ondas medidas e calculadas. O modelo foi verificado com sucesso em modelos de pequena escala (SMITH; KRAUS, 1990), dados de campo do projeto DELILAH (Smith *et. al.*, 1993), dados de campo de Thornton e Guza (1986) e os testes realizados no capítulo 5.

Em relação a sua implementação dentro do OLUCA-SP foram assumidas as mesmas hipóteses dos modelos anteriores. Substituindo (71) em (55) foi obtida a equação de α em (20), como:

$$\alpha = \frac{K_5 c_p Q_b}{2h} \left[1 - \left\{ \frac{T_e h}{H_{rms}} \right\}^2 \right] \quad (74)$$

Áreas de terra

As grandes ilhas que cortam a superfície livre e as costas que possam ter zonas de quebra são tratadas mediante a técnica “*thin film* (película fina)” de Dalrymple, Kirby e Mann (1984). Este procedimento permite o cálculo simples das alturas de onda ao redor de ilhas de forma arbitrária, substituindo as ilhas por baixios extremamente rasos (1 mm). A rotina de dissipação reduz as alturas de onda sobre o baixio para menos de um milímetro, de maneira que a energia resultante que passa por cima do banco para as distintas componentes de energia seja insignificante. Desta forma, o OLUCA-SP não distingue do ponto de vista computacional as ilhas das áreas de maior profundidade, obtendo-se assim como resultado, a influência da ilha sobre as ondas.

2.6 Tensores de radiação devido às ondas irregulares

Os tensores de radiação devido a ondas irregulares são calculados com base nos tensores que geram cada uma das componentes de energia. Tais componentes são propagadas a um ângulo θ com o eixo x e a soma linear de todas estas em um ponto de domínio determinaram as seguintes expressões de tensores de radiação:

$$S_{xx}(x, y) = \frac{1}{2} \rho g \sum_{j=1}^{N_f} \sum_{l=1}^{N_\theta} |A_{jl}|^2 \left[n_j (1 + \cos^2 \theta_{jl}) - \frac{1}{2} \right] \quad (75)$$

$$S_{yy}(x, y) = \frac{1}{2} \rho g \sum_{j=1}^{N_f} \sum_{l=1}^{N_\theta} |A_{jl}|^2 \left[n_j (1 + \sin^2 \theta_{jl}) - \frac{1}{2} \right] \quad (76)$$

$$S_{xy}(x, y) = \frac{1}{4} \rho g \sum_{j=1}^{N_f} \sum_{l=1}^{N_\theta} |A_{jl}|^2 n_j \sin(2\theta_{jl}) \quad (77)$$

onde S_{xx} é o tensor de radiação atuando no plano x ao longo do eixo x; S_{yy} é o tensor de radiação atuando no plano y ao longo do eixo y; S_{xy} é o tensor de radiação atuando sobre o plano y ao longo do eixo x (por simetria $S_{xy}=S_{yx}$); n_j é a relação da velocidade de grupo C_{gj} em relação à velocidade de fase C_j do componente frequencial j ; n_j é dada em termos do número de onda K_j e a profundidade local de água h , como:

$$n_j = \frac{1}{2} \left(1 + \frac{2k_j h}{\sinh(2k_j h)} \right) \quad (78)$$

Com a finalidade de definir um ângulo médio θ do espectro em cada ponto (x, y) do domínio, o OLUCA-SP calcula θ com base na direção média do tensor S_{xy} calculado com (77), a frequência de pico e a altura de onda significativa no ponto. O ângulo θ é definido como:

$$\bar{\theta} = \frac{1}{2} \arcsen \left(\frac{2S_{xy}}{En_p} \right) \quad (79)$$

onde N_p está associada à frequência de pico f_p .

Assumindo uma distribuição de alturas de onda de *Rayleigh*, a altura de onda significativa H_s e a energia das ondas são definidas como:

$$H_s^2 = 8 \sum_{j=1}^{N_f} \sum_{l=1}^{N_\theta} |A_{jl}|^2 = 2H_{rms}^2 \quad (80)$$

$$E = \frac{1}{2} \rho g \sum_{j=1}^{N_f} \sum_{l=1}^{N_\theta} |A_{jl}|^2 \quad (81)$$

Substituindo (80) em (81) se encontra que:

$$E = \frac{1}{16} \rho g H_s^2 = \frac{1}{8} \rho g H_{rms}^2 \quad (82)$$

E ao substituir esta equação em (79) é obtida a relação θ que calcula o OLUCA-SP:

$$\bar{\theta}(x, y) = \frac{1}{2} \arcsen \left[\frac{32S_{xy}}{\rho g H_s^2 n_p} \right] \quad (83)$$

2.7 Espectro bidimensional de entrada

As ondas associadas a um estado de mar são definidas a partir de um espectro bidimensional (S), o qual é localizado no contorno exterior do domínio (*offshore*), tal espectro é composto por um espectro frequencial (E) e uma função de dispersão de direção (D), tal como é mostrado a seguir:

$$S(f, \theta) = E(f, h) \cdot D(\theta) \quad (84)$$

Espectro frequencial TMA (BOUWS *et. al.*, 1985)

O modelo OLUCA-SP permite duas maneiras de definir o espectro frequencial: uma mediante a leitura de um arquivo externo e outra a partir de um espectro TMA. O espectro TMA (E_{TMA}) é aplicado em áreas próximas à costa onde as profundidades são relativamente pequenas e as ondas são afetadas pelo fundo, definido a partir de um espectro JONSWAP (E_{JON}), o qual é modificado por uma função adimensional da profundidade ϕ_k (HUGHES, 1984), sendo sua equação como mostrado a seguir:

$$E_{TMA}(f, h) = E_{JON}(f) \cdot \Phi_k(Wh) \quad (85)$$

com:

$$E_{JON}(f) = E_p(f) \phi_{pm} \left(\frac{f}{f_p} \right) \phi_j(f, f_p, \gamma, \sigma) \quad (86)$$

$$E_p = \alpha g^2 (2\pi)^{-4} f^{-5}$$

$$\phi_{pm} = \exp \left[\frac{-5}{4} \left(\frac{f}{f_p} \right)^{-4} \right]$$

$$\phi_j = \exp \left[\ln(\gamma) \exp \left(- \frac{(f - f_p)^2}{2\sigma^2 f_p^2} \right) \right]$$

$$\sigma = \begin{cases} 0.07 & f \leq f_p \\ 0.09 & f > f_p \end{cases}$$

$$\Phi_k = \begin{cases} 0.5\omega_h^2 & \omega_h \leq 1 \\ 1.0 & \omega_h \geq 2 \\ 1 - 0.5(2 - \omega_h)^2 & 1 < \omega_h < 2 \end{cases} \quad (87)$$

onde f é a frequência (H_z), f_p a frequência pico, g é a aceleração da gravidade, α a constante de Phillips, que é escalada para obter a altura média quadrática da onda, γ é um fator que define a largura do espectro ($\gamma \sim 10$ para ondas *swell*; $\gamma = 2 \sim 4$ ondas *sea* (vagas)), e ω_h é a frequência angular normalizada pela profundidade da água h , e definida como:

$$\omega_h = 2\pi f \left(\frac{h}{g} \right)^{1/2} \quad (88)$$

A condição $\omega_h \geq 2$ em (87) converte o espectro TMA em um espectro JONSWAP, condição que se apresenta em profundidades indefinidas.

Função de dispersão direcional normalizada (BORGMAN, 1984)

A distribuição angular de ondas individuais de um espectro no OLUCA-SP é descrita a partir da seguinte função:

$$G(\theta) = \frac{1}{2\pi} + \frac{1}{\pi} \sum_{j=1}^J \left\{ \exp \left[- \frac{(j\sigma_m)^2}{2} \right] \cos j(\theta - \theta_m) \right\} \quad (89)$$

onde θ_m é a direção média da onda, J um número arbitrário de harmônicos para representar a série de *Fourier* (valor selecionado no OLUCA-SP $J=100$) e σ_m o parâmetro que determina a largura da dispersão direcional. Esta equação tem sido aplicada com bons resultados por diferentes autores (VICENT *et. al.*, 1989; PANCHANG *et. al.*, 1990, PAE *et. al.*, 1992; CHAWLA *et. al.*, 1998).

Parâmetros de entrada ao espectro bidimensional

Espectro TMA:

h = profundidade (m)

H_s = altura da onda significativa (m)

f_p = frequência pico (Hz)

γ = fator de alargamento do pico.

Na Figura 2 é apresentado um exemplo da forma do espectro TMA para diferentes valores de γ com ($H_s = 3$ m, $h = 20$ m e $f_p=0,1$ Hz), mantendo a mesma energia. Nesta figura é visto que para valores maiores de γ o espectro é mais estreito.

De maneira similar, na Figura 3 são apresentados espectros TMA para diferentes profundidades de água, mantendo novamente constante a energia ($H_s= 3$ m, $g = 3,5$ largura e $f_p=0,1$ Hz). Nesta figura é mostrado como espectros com a mesma energia redistribuem esta energia de frequências baixas para frequências altas, na medida em que é reduzida a profundidade da água.

Função de dispersão direcional:

θ_m = direção média das ondas (graus),

σ_m = largura do espectro (graus).

Dado que σ_m define a forma do espectro direcional, como exemplos são mostrados na Figura 4 diferentes funções de dispersão direcional, variando σ_m e

mantendo constante a direção média das ondas ($\theta_m = 0^\circ$). Em relação à direção média das ondas, na Figura 5 são apresentadas três funções direcionais com diferente σ_m .

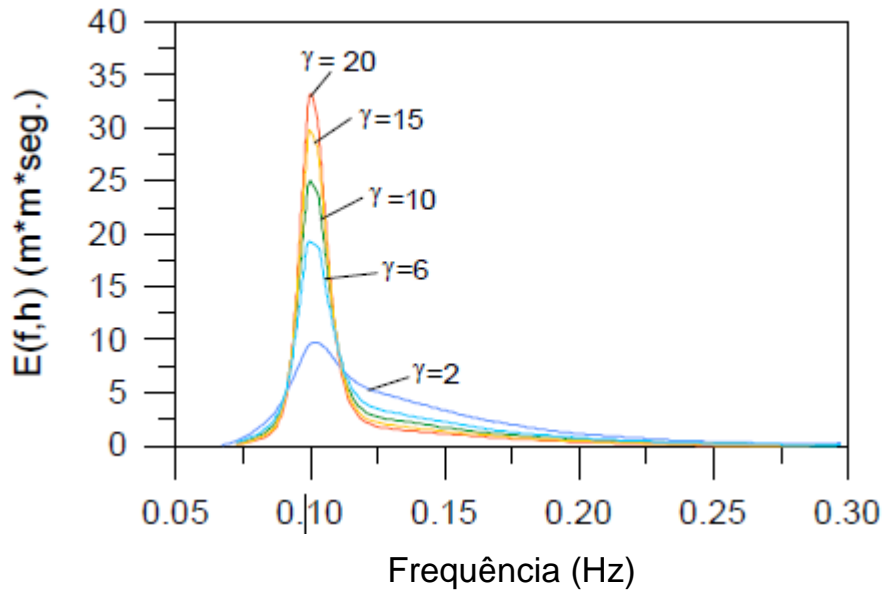


Figura 2 – Espectros TMA ($H_s = 3$ m, $h = 20$ m, $f_p = 0,1$ Hz) para diferentes parâmetros de alargamento ($\gamma=2, 6, 10, 15$ e 20).

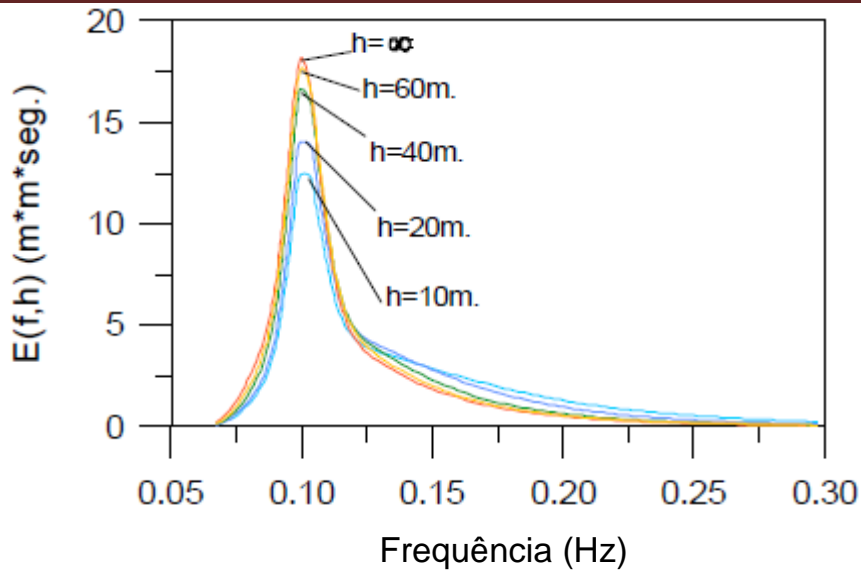


Figura 3 – Espectros TMA ($H_s = 3$ m, $g = 3,5$, $f_p = 0,1$ Hz) para diferentes profundidades ($h = 10, 20, 40, 60, \infty$ m).

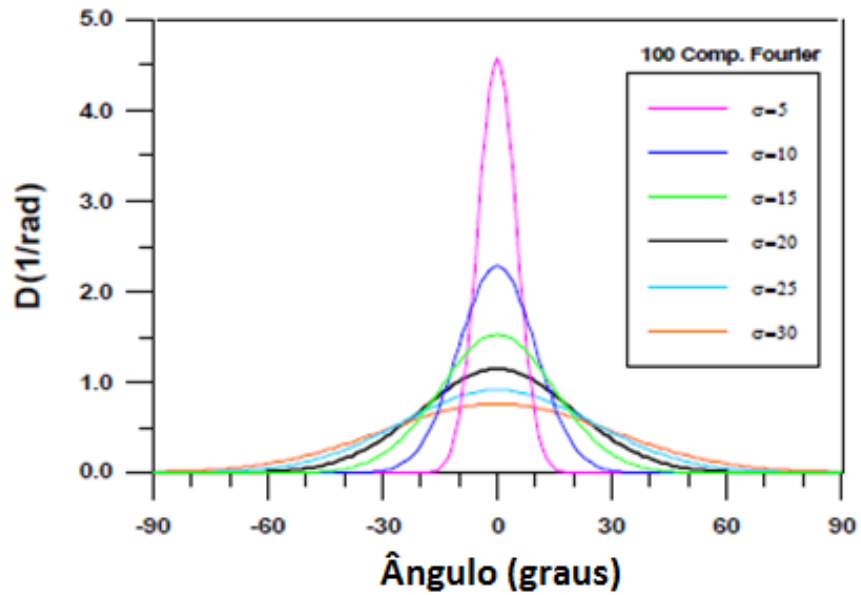


Figura 4 – Espectro direcional para diferentes larguras ($\sigma_m = 5^\circ, 10^\circ, 15^\circ, 20^\circ, 25^\circ$ e 30°) e direção média constante ($\theta_m = 0^\circ$).

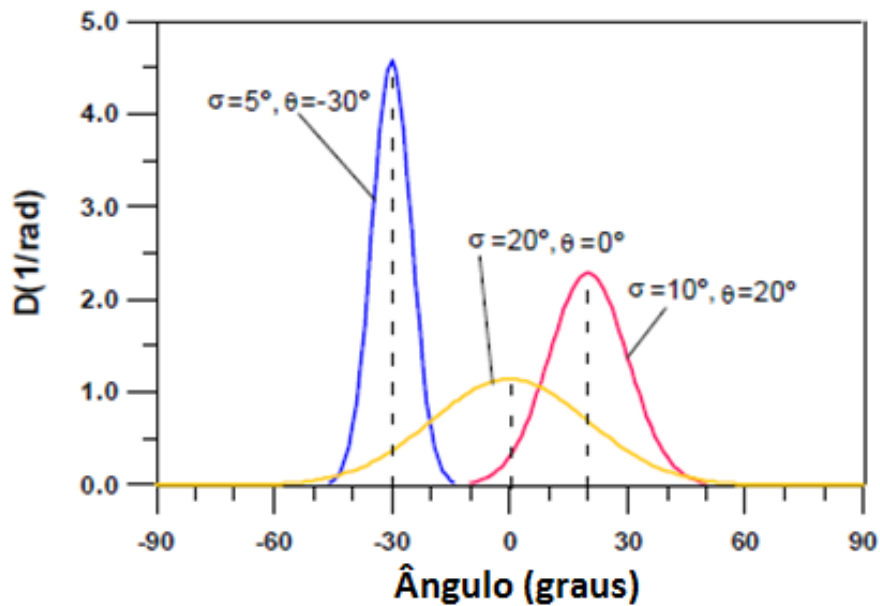


Figura 5 – Espectro direcional com ($\sigma_m = 5^\circ, 20^\circ$ e 10°) e direções médias ($\theta_m = -30^\circ, 0^\circ$ e 20°).

2.8 Hipóteses do modelo de propagação

1. Fluido

- Não viscoso
- Incompressível
- Densidade constante

2. Fluxo

- Irrotacional
- Estacionário

3. Dinâmicas

- Pressão constante na superfície livre
- Não é considerada a ação do vento
- Não é considerada a ação de Coriolis

4. Contornos

- Fundo de declividade suave:

O desenvolvimento matemático das equações do modelo é apresentado com a hipótese de que as variações do fundo nas coordenadas horizontais são pequenas em comparação com o comprimento da onda. Para o modelo linear, Berkhoff (1982) realizou uma comparação entre um modelo numérico exato e o da equação da declividade suave para ondas propagando-se sobre uma praia. Encontrou que até declividades do fundo de 1:3 o modelo da declividade suave é exato e que para declividades maiores prevê adequadamente as declividades.

5. Propagação

- Não linearidade fraca:

Dependência fraca da equação de dispersão com a altura significativa de onda (35); modelo não linear Stokes-Hedges.

- Aproximação parabólica:

As componentes são propagadas principalmente em uma direção (x). Onde se desprezam os termos $\left(\frac{\partial^2(\)}{\partial x^2}\right)$. A solução é tanto mais aproximada quanto menor a variação na direção x .

Esta aproximação parabólica implica várias vantagens e desvantagens:

Vantagens: (1) tem se mostrado uma equação governante correta para a propagação de componentes lineares sobre fundos de declividades suaves, na presença de correntes; (2) é uma equação do tipo parabólica e, como tal, não necessita de condições em todo o contorno, basta uma condição inicial no contorno do que será propagado e condições nos contornos laterais. Além disso, é uma ferramenta muito útil para reduzir o esforço e o tempo de computação, pois podem ser utilizados esquemas implícitos de seis pontos como o de Crank-Nicholson e obter soluções rápidas e estáveis.

Desvantagens: (1) limitação do ângulo de propagação das ondas a 55° em relação ao eixo principal, (x); (2) é desprezado o efeito das ondas refletidas; e (3) as soluções são tanto mais aproximadas quanto menor a variação em relação a essa direção principal. O segundo inconveniente não é tão importante na prática, pois na propagação das ondas até a costa interessam, principalmente, os efeitos da refração e difração.

Lee e Wang (1992) compararam cinco modelos de propagação, todos eles baseados na equação para declividades suaves: dois modelos são do tipo hiperbólico, dois do tipo elíptico e um do tipo parabólico. Os parâmetros que são avaliados no citado trabalho são a exatidão dos resultados, o grau de dificuldade computacional e sua aplicabilidade prática em função da facilidade para simular os diferentes fenômenos que ocorrem durante a propagação de ondas. As vantagens do modelo parabólico são as já comentadas: facilidade de programação, estabilidade numérica e economia de tempo de computação; e seus inconvenientes são a impossibilidade de simular a reflexão das ondas e uma menor precisão de seus resultados. Vale destacar, como dado de referência que não deve ser extrapolado para outros testes, que ao analisar o experimento de Ito e Tanimoto (1972) em condições idênticas para os cinco modelos, o modelo parabólico na propagação de uma onda investiu aproximadamente 20 segundos de esforço computacional. Consumiu 20 vezes menos tempo que um dos modelos elípticos, e em torno de 50 vezes menos tempo de esforço computacional que os modelos hiperbólicos, sendo os resultados do mesmo grau de precisão para os cinco modelos.

6. Modelo de dissipação por quebra

Tal como foi mostrado na seção anterior, cada um dos três modelos de dissipação propostos são sustentados sobre uma série de hipóteses, sendo resumidas as mais importantes do ponto de vista da implementação destes modelos no OLUCA-SP, como:

- A distribuição de alturas de onda dentro da zona de quebra é do tipo *Rayleigh*.
- O balanço do fluxo de energia é realizado na direção principal da propagação, eixo x.
- Não existe uma interação onda-onda dado o caráter linear do modelo, portanto a dissipação é igual para todas as componentes frequenciais.
- O modelo está orientado a propagações de ondas de espectros não muito largas direcionalmente ($\pm 55^\circ$) (ondas tipo do *Swell*). Isto se dá devido às limitações de ângulo e também ao fato de que os modelos de dissipação não apresentam correções direcionais nos balanços de fluxo de energia.

**CAPÍTULO 3: FORMULAÇÃO NUMÉRICA DO
PROBLEMA**

3. Formulação Numérica do Problema

3.1 Introdução

No presente capítulo é descrita a resolução numérica do problema, cujas equações foram obtidas no capítulo anterior. Na segunda seção são descritas as equações que serão discretizadas, detalhando cada uma das variáveis que aparecem. Na terceira seção é descrita a implementação do modelo de propagação em um algoritmo numérico, com atenção especial à geração da malha, às condições iniciais das ondas, à discretização das equações e às condições de contorno. Nas seguintes seções são mostrados alguns desenvolvimentos utilizados para resolver certas particularidades do modelo, como a não linearidade na seção 9, os contornos no interior do domínio na seção 10 e a implementação numérica da quebra na seção 11.

3.2 Equações discretizadas

A equação utilizada neste modelo para simular a propagação das ondas considera os fenômenos de:

- (1) Empinamento;
- (2) Refração por fundo;
- (3) Difração;
- (4) Presença de correntes;
- (5) Dissipação de energia;
- (6) Quebra, e
- (7) Dispersão de amplitude.

E é a seguinte:

Modelo de propagação parabólico onda-corrente

$$(C_{gj} + U)(A_{jl})_x - 2\Delta_1 V(A_{jl})_y + i(\bar{k}_j - a_0 k_j)(C_{gj} + U)A_{jl}$$

$$\begin{aligned}
 & + \left\{ \frac{\sigma_j}{2} \left(\frac{C_{gj} + U}{\sigma_j} \right)_x - \Delta_1 \sigma_j \left(\frac{V}{\sigma_j} \right)_y \right\} A_{jl} \\
 & + i \Delta'_j \left[\left((CC_g)_j - V^2 \right) \left(\frac{A_{jl}}{\sigma_j} \right)_y \right]_y \\
 & - i \Delta_1 \left\{ \left[UV \left(\frac{A_{jl}}{\sigma_j} \right)_y \right]_x + \left[UV \left(\frac{A_{jl}}{\sigma_j} \right)_x \right]_y \right\} \\
 & + \frac{-b_1}{k_j} \left\{ \left[\left((CC_g)_j - V^2 \right) \left(\frac{A_{jl}}{\sigma_j} \right)_y \right]_{yx} + 2i \left(\sigma_j V \left(\frac{A_{jl}}{\sigma_j} \right)_y \right)_x \right\} \\
 & + b_1 \beta_j \left\{ 2i \omega_j U \left(\frac{A_{jl}}{\sigma_j} \right)_x + 2i \sigma_j V \left(\frac{A_{jl}}{\sigma_j} \right)_y - 2UV \left(\frac{A_{jl}}{\sigma_j} \right)_{xy} + \left[\left((CC_g)_j - V^2 \right) \left(\frac{A_{jl}}{\sigma_j} \right)_y \right]_y \right\} \\
 & - \frac{i}{k_j} b_1 \left\{ (\omega_j V)_y + 3(\omega_j U)_x \right\} \left(\frac{A_{jl}}{\sigma_j} \right)_x \\
 & - \Delta_2 \left\{ \omega_j U \left(\frac{A_{jl}}{\sigma_j} \right)_x + \frac{1}{2} \omega_j U_x \left(\frac{A_{jl}}{\sigma_j} \right) \right\} + ik_j \omega_j U (a_0 - 1) \left(\frac{A_{jl}}{\sigma_j} \right) \\
 & + \alpha A_{jl} + \frac{\gamma_j}{2} A_{jl} + \frac{i \sigma_j}{2} G_{jl}(|A|_{jl}, k_j h) A_{jl} = 0 \tag{90}
 \end{aligned}$$

Onde as variáveis são definidas como:

- $A_{jl} = A(x, y)$, função complexa da amplitude, para um componente frequencial j e direcional l
- $h = h(x, y)$, profundidade
- $U = (U, V)$, vetor velocidade da corrente no eixo x e y , respectivamente
- W_j , frequência angular absoluta do componente j
- σ_j , frequência angular intrínseca do componente j
- c_j , celeridade de fase ou da onda do componente j
- c_{gj} , celeridade de grupo do componente j

- k_j , número de onda local do componente j

$$\beta_j = \frac{1}{k_j^2} \frac{\partial k_j}{\partial x} + \frac{1}{2k_j^2(c_j c_{gj} - U^2)} \frac{\partial}{\partial x} [k_j(c_j c_{gj} - U^2)]$$

$$\Delta_1 = a_1 - b_1; \quad \Delta_2 = 1 + 2a_1 - 2b_1; \quad \Delta_j = a_1 - b_1 \frac{\bar{k}_j}{k_j}$$

onde:

$$\text{Aproximação de Paddle (1,1)} \begin{cases} a_0 = 1 \\ a_1 = -0,75 \\ b_1 = -0,25 \end{cases}$$

A função $G(A, kh)_{jl}$ do termo não linear é:

$$G(|A|, kh)_{jl} = \left\{ \begin{array}{l} 0 \quad \text{teoria linear} \\ k^2 D |A_{jl}|^2 \quad \text{teoria de Stokes} \\ \left((1 + f_{1j} k_j^2 |A_{jl}|^2 D_j) \frac{\tanh \left[k_j h + f_{2j} k_j \frac{H_s}{2} \right]}{\tanh(k_j h)} - 1 \right) \text{ modelo composto} \end{array} \right\}$$

Com:

$$D = \frac{\cos h(4k_j h) + 8 - 2 \tan h^2(k_j h)}{8 \operatorname{sen} h^4(k_j h)}$$

$$f_{1j}(k_j h) = \tan h^5(k_j h)$$

$$f_{2j}(k_j h) = \left[\frac{k_j h}{\operatorname{sen} h(k_j h)} \right]^4$$

Fator γ_j de dissipação de energia por fundo:

$$\gamma_j = \left\{ \begin{array}{ll} \frac{2\sigma_j k_j \sqrt{\frac{v}{2\sigma_j}} (1 + \cos h^2(k_j h))}{\operatorname{sen} h(2k_j h)} (1 - i) & \text{para camada limite laminar em superfície e fundo} \\ \frac{2\sigma_j f k_j |A_{jl}|}{3\pi \sinh(2k_j h) \sinh(k_j h)} (1 - i) & \text{para camada limite turbulenta no fundo} \\ \frac{g k_j C_p}{v \cosh^2(k_j h)} (1 - i) & \text{para fundo poroso} \end{array} \right\} \quad (92)$$

Com:

$$v = 1,3 \cdot 10^{-6} \frac{m^2}{s} \quad \text{viscosidade cinemática}$$

$$f = 4f_\omega \quad \text{coeficiente de atrito da onda}$$

$$f_\omega = 0,01 \quad \text{coeficiente de Darcy – Weisbach}$$

$$C_p = 4,5 \cdot 10^{-11} m^2 \quad \text{coeficiente de permeabilidade}$$

Fator α de dissipação de energia por quebra das ondas

$$\alpha = \frac{4\bar{D}}{\rho g H_{rms}^2} \quad (93)$$

$$\bar{D} = \left\{ \begin{array}{ll} \frac{\alpha_1}{4} \rho g f_p H_{rms}^2 \left(\frac{-L_n Q_b}{1 - Q_b} \right) Q_b & \text{Battjes e Janssen (1978)} \\ \frac{3\sqrt{\pi}}{16} \rho g \frac{B^3 f_p}{\gamma^4 h^5} H_{rms}^7 & \text{Thornton e Guza (1983)} \\ \frac{k_5}{8h} \rho g Q_b C_p H_{rms}^2 \left[1 - \frac{(T_e h)^2}{H_{rms}^2} \right] & \text{Winyu e Tomoya (1998)} \end{array} \right\}$$

Com:

α_1 = constante associada ao tipo de quebra ($\alpha_1 \sim 1$).

f_p = frequência de pico

$H_{rms} = H_{rms}(x, y)$ altura média quadrática de onda

$Q_b = Q_b(x, y)$ fração de ondas em quebra em uma profundidade de água.

B = constante associada ao tipo de quebra ($B \sim 1$)

K_5 = constante proporcional ($k_5=0,1$)

C_p = velocidade de fase associada à frequência de pico

T_e = fator de estabilidade da onda

Algumas relações entre as variáveis definidas são:

$$\omega_j = \frac{2\pi}{T_j} = 2\pi f_j$$

$$\sigma_j = \sqrt{gk_j \tanh(k_j h)}$$

$$\sigma_j = \omega_j - k_j U$$

$$c_j = \frac{\sigma_j}{k_j}$$

$$c_{gj} = \frac{\partial \sigma_j}{\partial k_j}$$

3.3 Discretização do domínio

Para a aplicação do modelo para um caso geral de propagação de ondas, as equações apresentadas no item anterior são resolvidas por um método de diferenças finitas sobre uma malha retangular.

A resolução numérica das equações necessita transformar o domínio contínuo em um domínio discreto, formado por uma malha mais ou menos densa de pontos ou nós, onde são definidas cada uma das variáveis envolvidas no problema.

A terminologia usada para uma malha de referência é mostrada na Figura 6. Tal malha está formada por uma rede retangular de pontos de dimensões $MR \times NR$ em X e Y . O eixo X tem aproximadamente a direção da propagação das ondas, desde o mar até a linha da costa, sendo o eixo Y perpendicular a ele. Em cada um dos pontos ou nós são definidos os dados de entrada, a profundidade h e as componentes U e V da velocidade da corrente, assim como os valores da amplitude complexa A .

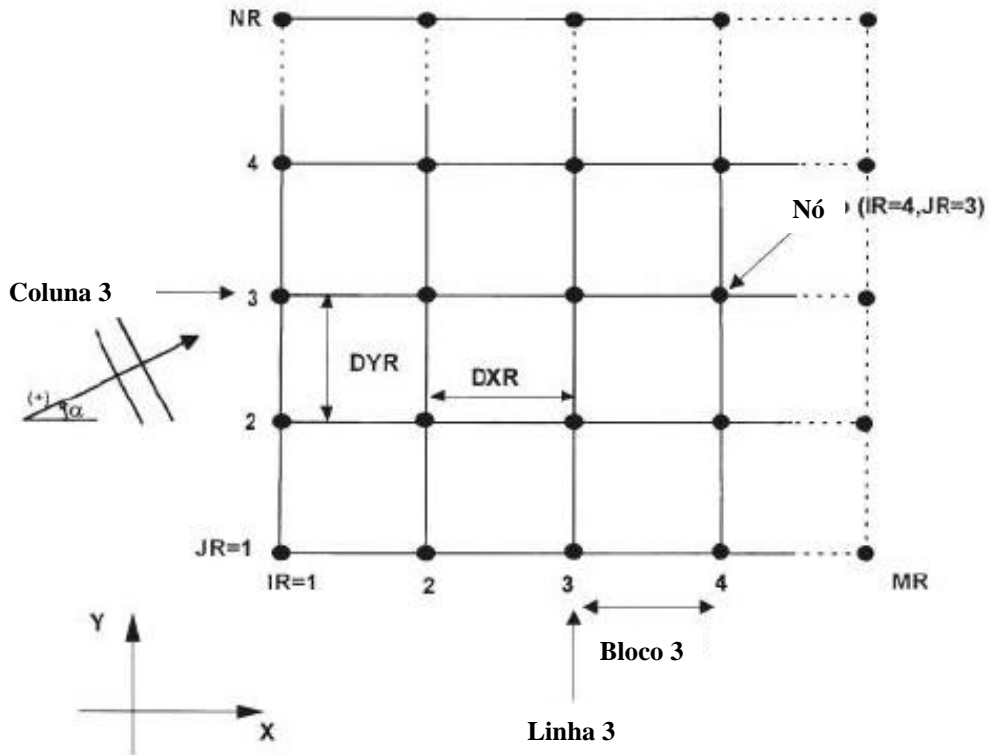


Figura 6 – Malha de referência.

É assumido que o sistema de coordenadas X - Y tem por origem o ponto $(IR, JR) = (1, 1)$. Os nós estão separados por uma distância DXR e DYR uniforme nas direções X e Y , respectivamente. Para uma melhor descrição do domínio é feita a distinção entre linha IR , que é a linha de pontos $JR = 1, NR$, e bloco IR , que é o espaço físico entre as linhas IR e $IR + 1$. O conjunto de pontos $IR = 1, MR$ com JR fixo é denominado coluna.

O comprimento na direção de propagação pode ser modificado variando parâmetros do código fonte, mas ficará limitado pelo custo computacional e da capacidade de armazenamento, já que o modelo internamente utiliza uma malha mais fina com 5 subdivisões por comprimento de onda. O comprimento na direção Y deve ser escolhido de modo que as interferências provocadas pelos contornos não afetem a área de interesse, principalmente quando são utilizados contornos refletivos.

Uma característica interessante do código é a possibilidade de subdividir os espaçamentos em ambas as direções e obter assim uma malha mais finamente discretizada e densa. Geralmente é feito em casos onde os espaçamentos são muito

grandes ou quando existem características batimétricas especiais que aconselham uma resolução mais precisa da malha. Além disso, a subdivisão pode ser realizada unicamente na área de interesse do domínio não sendo necessário subdividir o domínio completo.

A subdivisão ND na direção Y é especificada pelo usuário e aplicada uniformemente ao longo de cada linha. Em troca, a subdivisão $MD(IR)$ na direção de propagação, variável em cada bloco, pode ser designada pelo usuário ou deixar que o próprio programa determine. Nesse caso, o código calcula um fator de comprimento de onda média (L_{min}) (associada ao componente de menor período) em cada linha inicial de um bloco e escolhe $MD(IR)$ de forma que tenha pelo menos 5 pontos por comprimento de onda no bloco IR . O usuário também pode determinar o valor de $MD(IR)$ em cada bloco para poder descrever melhor a batimetria em algumas áreas. Na Figura 7 é apresentado um exemplo de subdivisão da malha.

Os limites das subdivisões para o código do modelo OLUCA-SP são:

$$DIVX = 60 \quad DIVY = 3500.$$

onde $DIVX$ são as subdivisões máximas em X , para um só bloco IR , e $DIVY$ são as subdivisões máximas de todos os blocos em y .

Uma vez que seja subdividida a malha, o código numérico utiliza esta nova malha como seu domínio de cálculo. Os valores da profundidade e da corrente nos novos nós são calculados pelo código ajustando uma superfície regrada distorcida usando interpolação linear em ambas as direções, como a da Figura 8.

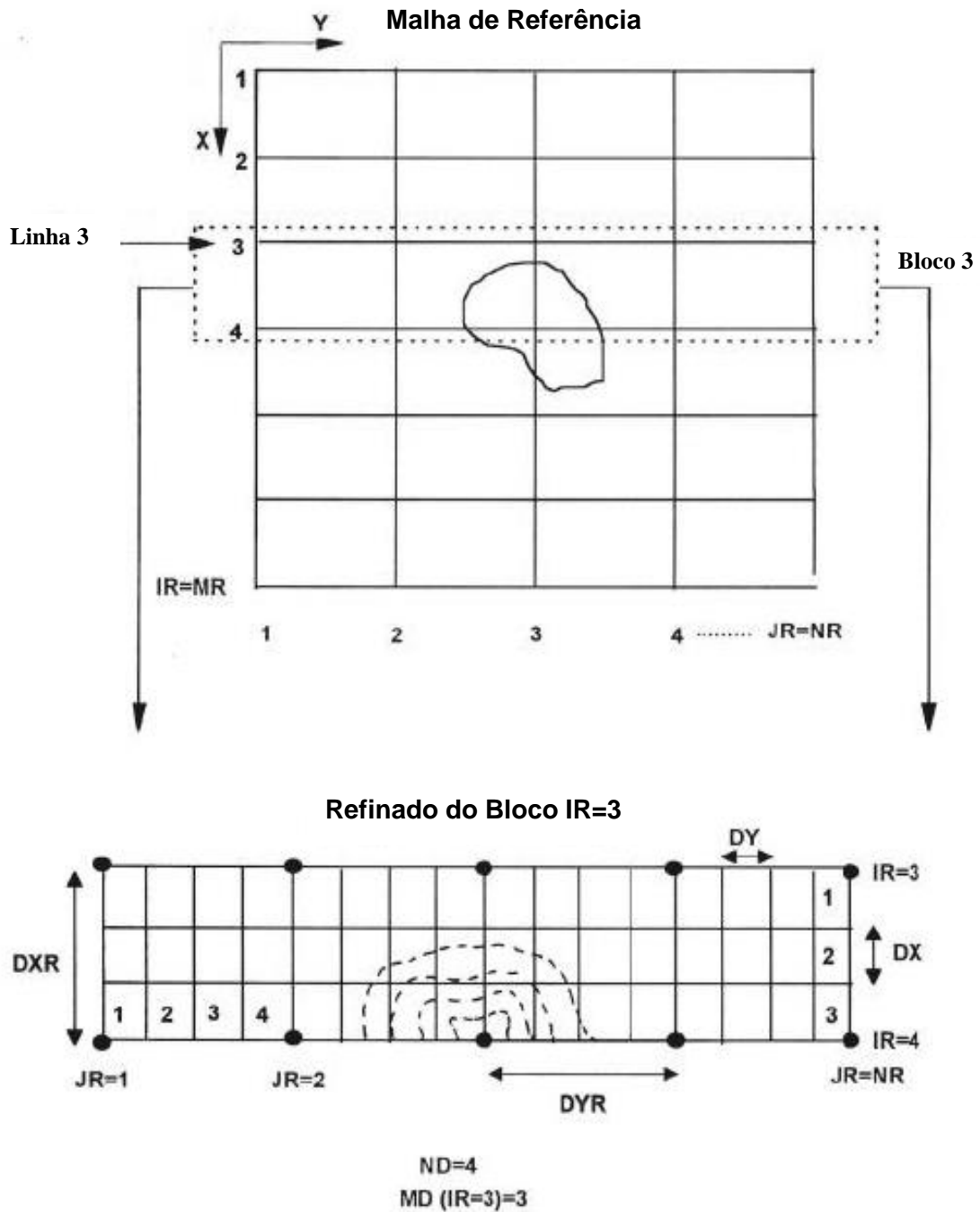


Figura 7 – Subdivisão da malha principal.

3.4 Resolução das equações

A equação diferencial (90) é uma equação parabólica que contém, no máximo, primeiras derivadas em X e segundas derivadas em Y da amplitude e que pode ser solucionada como um problema de valor inicial, impondo condições iniciais na primeira linha ($IR = 1 \rightarrow XR = 0$) e condições de contorno laterais ($JR = 1 \rightarrow YR = 0$ y $JR = NR \rightarrow YR = (NR - 1) DYR$) (Figura 9). Esta é uma das principais vantagens do modelo

parabólico: não necessita de uma condição de contorno na última linha $IR = MR$, tal como seria necessária nos modelos elípticos ou hiperbólicos.

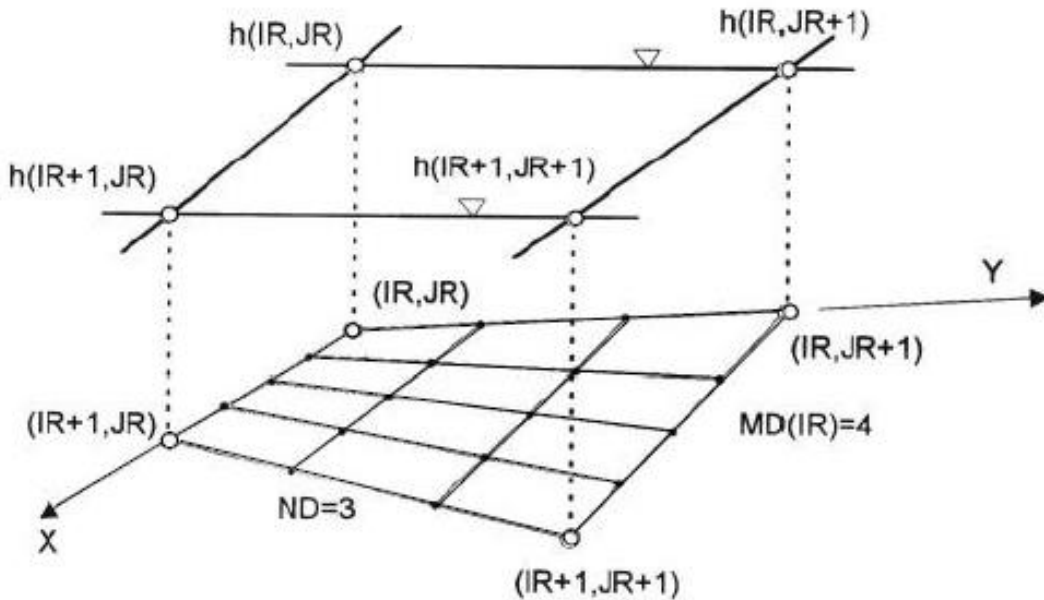


Figura 8 – Domínio numérico do problema de valor inicial apresentado.

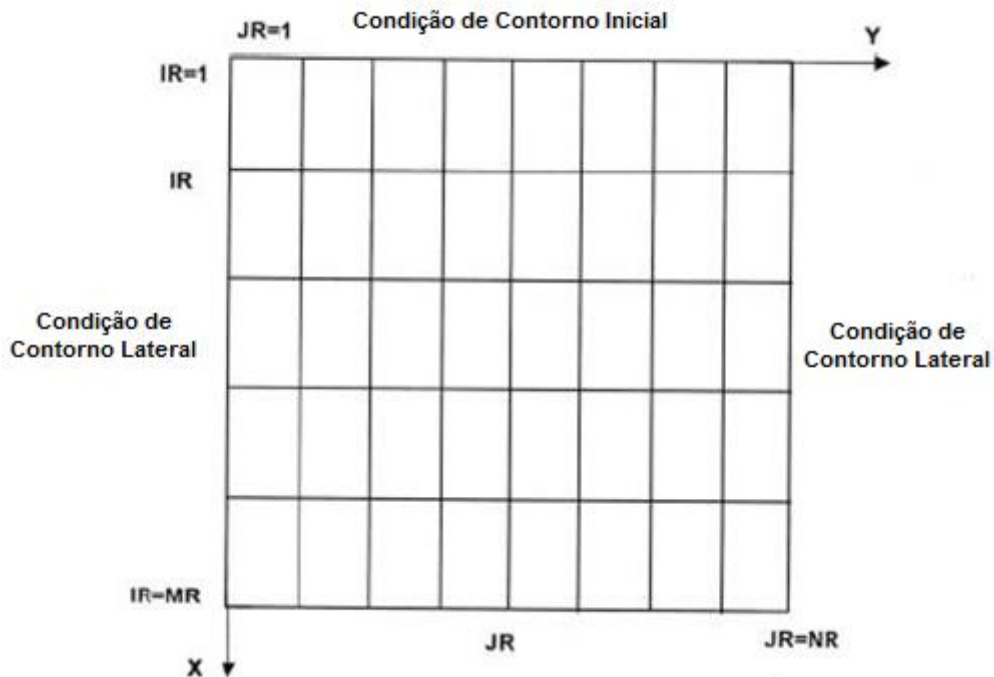


Figura 9 – Domínio numérico do problema de valor inicial apresentado.

As aproximações parabólicas podem ser consideradas equações complexas de difusão não lineares, onde o eixo X representa o tempo. Para sua resolução é empregado o método de Crank-Nicholson, implícito de segunda ordem que acha os valores da linha $IR + 1$ em função dos valores da linha IR , avançando linha a linha sobre a malha de cálculo. Em $IR = 1$ devem ser especificados os valores de A ($IR = 1, JR$), quer dizer, a altura de onda e direção das ondas incidentes. Além disso, como já foi mencionado, devem ser impostas condições nos contornos laterais $JR = 1$ e $JR = NR$.

Outra opção possível para resolver o problema numérico teria sido empregar uma representação explícita, utilizando um esquema usado anteriormente para as derivadas em X e um esquema centralizado em IR para a segunda derivada em Y . No entanto, tal representação não é tão precisa quanto em um esquema implícito de Crank-Nicholson, que é de ordem $O(\Delta x^2, \Delta y^2)$.

3.5 Implementação numérica das condições iniciais

O modelo OLUCA-SP precisa, como condições iniciais, de uma série de componentes frequências e direcionais discretas. Estas componentes devem representar um espectro bidimensional definido na primeira linha da malha ($IR = 1, JR = 1, NR$).

Com o objetivo de discretizar o espectro de entrada, foi desenvolvido o programa denominado SPEC (spec2_0. for).

Este programa foi planejado especificamente para criar um espectro bidimensional discretizado e gerar arquivos de entrada para o programa OLUCA-SP. O programa é capaz de ler um espectro frequencial a partir de um arquivo, ou gerar um espectro TMA de acordo com a equação (85); que unido à função de dispersão direcional da equação (89), permite definir um espectro bidimensional.

O SPEC divide o espectro bidimensional em seções de volume constante, o que permite definir com uma boa resolução, os volumes próximos da frequência de pico e da direção média das ondas. Dado que as seções são de volume constante, a energia de cada seção é constante e, portanto, a amplitude de cada componente também é constante. O centro de cada volume permite definir os valores representativos de frequência e direção de cada componente.

Geralmente, nos extremos dos espectros frequenciais são apresentados valores de frequências muito altas ou muito baixas com pouca energia, sendo irrelevantes nas propagações. Para efeitos práticos, o SPEC corta o espectro frequencial em 0,25% da energia total do espectro nas frequências baixas e em 1% da energia total nas frequências altas. Da mesma maneira, no espectro direcional se corta 0,25% da energia total em cada extremo do espectro.

O SPEC gera um arquivo de entrada para o OLUCA-SP com a amplitude, frequência e direção de cada componente. As componentes que estejam fora da categoria de direções (-80° , 80°) não são incluídas no arquivo, dado que é assumido que tais componentes saem do domínio da malha. O programa OLUCA-SP permite propagar um máximo de 400 componentes, 20 componentes frequenciais por 20 componentes direcionais.

Na Figura 10 aparece um espectro frequencial TMA com ($h=30$ m, $H_s=3$ m, $f_p=0,1$ Hz e $\gamma=3$) dividido em 10 componentes, também um espectro direcional com ($\theta_m = 0^\circ$, $\sigma_m=20^\circ$) dividido em 20 componentes e, finalmente, o correspondente espectro bidimensional. A amplitude de cada um dos 200 componentes é ($a = 0,075$ m) e as linhas verticais nos espectros frequencial e direcional representam as frequências e direções representativas de cada componente. Também aparecem as categorias mínimas e máximas onde foram cortados os espectros.

Tal como foi dito anteriormente, o OLUCA-SP tem sido desenvolvido fundamentalmente para a propagação de ondas do tipo *Swell*, as quais geralmente não apresentam uma grande dispersão angular em relação à direção média das ondas. Naqueles casos onde sejam excedidos os limites permitidos pela teoria do modelo parabólico, os efeitos em relação à propagação não são de maior importância, visto que a maior parte da energia está localizada em componentes dentro da categoria permitida. De outra forma, em relação à aplicação prática do OLUCA-SP, a localização do contorno inicial ou externo da malha, geralmente se situa em áreas onde fundamentalmente dominam a refração e o empinamento, processos que são modelados de maneira apropriada inclusive quando são excedidos os ângulos máximos. As grandes diferenças na propagação das ondas fora dos ângulos permitidos são apresentadas quando há difração.

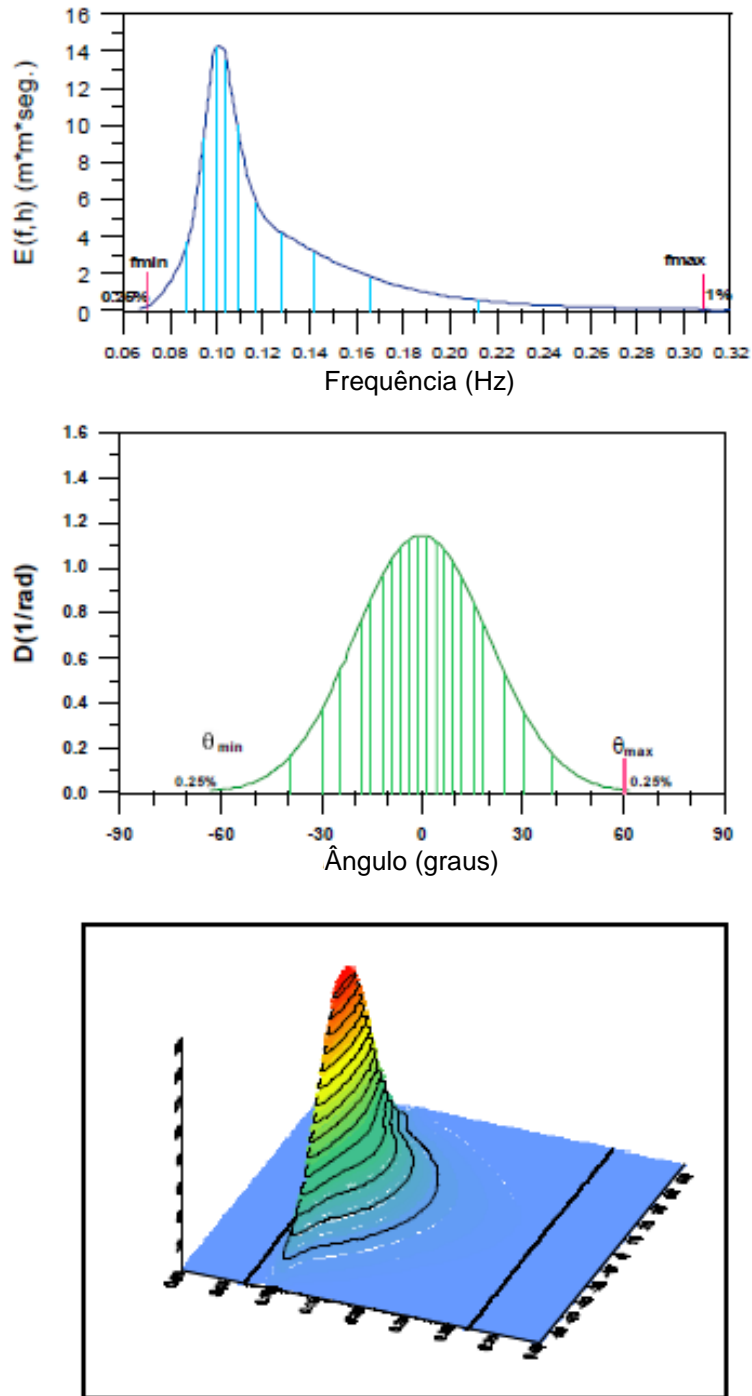


Figura 10 – Espectro frequencial TMA ($h=30$ m, $H_s=3$ m, $f_p=0,1$ Hz, $y=3$ e $N_f=10$) espectro direcional ($\theta_m = 0^\circ$, $\sigma_m=20^\circ$, $N = 20$ comp.) e espectro bidimensional.

3.6 Implementação numérica da equação de propagação

Para discretizar a equação (90) é utilizada um esquema implícito de diferenças centradas com seis pontos, segundo o esquema da Figura 11. O esquema considera

um ponto médio P em Y_j centrado entre X_{i+1} e X_i , dando o mesmo peso aos valores da linha i que aos da linha $i+1$.

Neste item o índice j será empregado para atribuir as colunas no eixo y , e o índice k , para atribuir os componentes frequenciais.

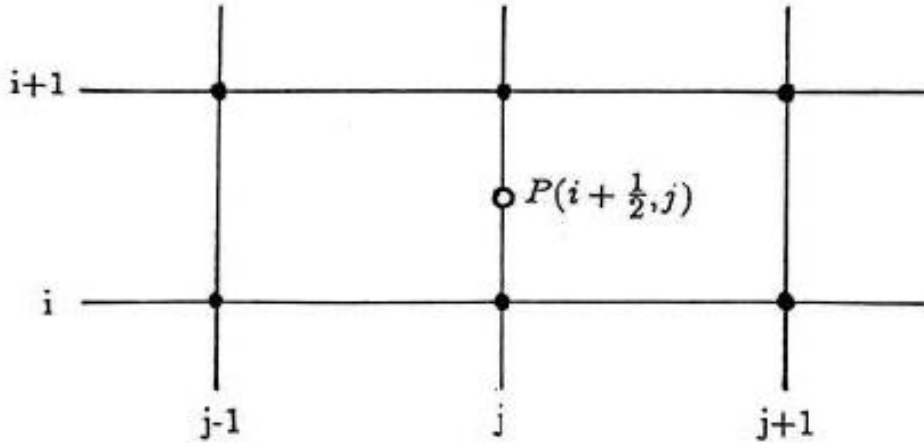


Figura 11 – Esquema implícito de seis pontos.

Discretizando a equação e avaliando as variáveis e suas derivadas no ponto $P(i + \frac{1}{2}, j)$ segundo as seguintes expressões:

$$U_p = \frac{U_{i+1,j} + U_{i,j}}{2} + O(\Delta x^2)$$

$$\frac{\partial U}{\partial x} \Big|_p = \frac{U_{i+1,j} - U_{i,j}}{\Delta x} + O(\Delta x^2)$$

$$\frac{\partial U}{\partial y} \Big|_p = \frac{U_{i+1,j+1} + U_{i,j+1} - U_{i+1,j-1} - U_{i,j-1}}{4\Delta y} + O(\Delta x^2, \Delta y^2)$$

$$\frac{\partial^2 U}{\partial x \partial y} \Big|_p = \frac{\partial^2 U}{\partial y \partial x} \Big|_p = \frac{U_{i+1,j+1} - U_{i+1,j-1} - U_{i,j+1} + U_{i,j-1}}{2\Delta x \Delta y} + O(\Delta x^2, \Delta y^2)$$

$$\frac{\partial^2 U}{\partial y^2} \Big|_p = \frac{U_{i+1,j+1} - 2U_{i+1,j} + U_{i+1,j-1} + U_{i,j+1} - 2U_{i,j} + U_{i,j-1}}{2\Delta y^2} + O(\Delta x^2, \Delta y^2)$$

$$\frac{\partial^3 U}{\partial x \partial y^2} \Big|_p = \frac{U_{i+1,j+1} - 2U_{i+1,j} + U_{i+1,j-1} - U_{i,j+1} + 2U_{i,j} - U_{i,j-1}}{\Delta x \Delta y^2} + O(\Delta x^2, \Delta y^2)$$

onde U é qualquer uma das variáveis da equação, resultando em um sistema de equações para cada componente com frequência K e direção l :

$$a_k A_{i+1,j+1}^k + b_k A_{i+1,j}^{kl} + c_k A_{i+1,j-1}^{kl} = d_k A_{i,j+1}^{kl} + e_k A_{i,j}^{kl} + f_k A_{i,j-1}^{kl} \quad j = 2, N - 1 \quad (94)$$

onde as coeficientes a_k , b_k , c_k , d_k , e_k e f_k são expressões conhecidas em variável complexa, dependentes de h , c_k , c_{gk} , ff_{ik} , cr_k , U , V , etc.

3.7 Implementação numérica das condições de contorno

O sistema de equações (94) não ficou definido ainda em $j = l$ e $j = N$. Para obter estas duas equações restantes é necessário impor condições de contornos laterais. Tais condições devem ser apropriadas para obter um bom resultado da simulação e evitar as perturbações do contorno lateral que são propagadas até o interior do domínio (BOOIJ, 1981).

O modelo tem a possibilidade de tratar dois tipos de condições de contornos laterais:

- contornos fechados, refletivos; e
- contornos abertos, que permitem a transmissão das ondas.

• **Contornos abertos**

Visto que, em geral, os contornos laterais são limites artificiais da área a modelar e são pontos de água, a condição mais realista para estes casos é aquela que permite tanto a entrada quanto a saída das ondas do interior do domínio, sem produzir reflexões inexistentes na realidade (Figura 12).

Esta condição de transmissão pode ser obtida supondo as hipóteses seguintes (KIRBY, 1986b):

- ondas planas;
- não há mudanças da profundidade nos contornos na direção Y ;

- a lei de *Snell* é válida nos contornos.

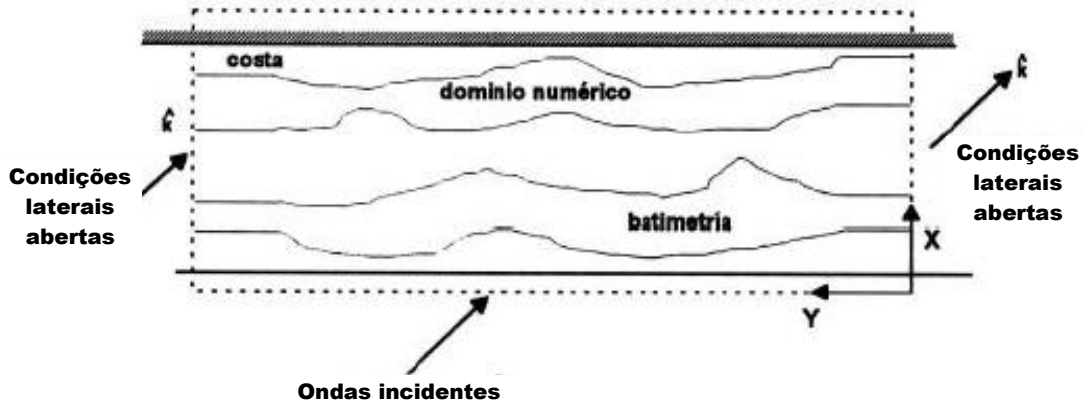


Figura 12 – Condições de contorno laterais abertas.

Admitindo estas hipóteses, supõem-se um componente com frequência K e direção l :

$$A_{kl} = ae^{i\vec{k}_k \vec{x}_{kl}} = ae^{i(kx \cos \theta_{kl} + ky \sin \theta_{kl})}$$

onde θ_{kl} é a direção de propagação, associada a uma componente inicial de direção l e frequência K . Se for cumprida a lei de *Snell*, então:

$$m_k = k_k \sin \theta_{kl} = cte$$

E derivando relacionado a y fica:

$$\frac{\partial A_{kl}}{\partial x} = ik_k \sin \theta_{kl} A_{kl} = im_{kl} A_{kl}$$

Que é a condição lateral para contornos abertos.

Visto que o esquema utilizado é de segunda ordem, a condição de contorno será imposta no ponto médio de $j = l$ e $j = N - l$ e $j = N$. Desta forma, resulta:

$$\frac{A_{i+1,j+1}^{kl} - A_{i+1,j}^{kl}}{\Delta y} = im_k \frac{A_{i+1,j+1}^{kl} + A_{i+1,j}^{kl}}{2} \quad j = 1$$

$$\frac{A_{i+1,j}^{kl} - A_{i+1,j-1}^{kl}}{\Delta y} = im_k \frac{A_{i+1,j}^{kl} + A_{i+1,j-1}^{kl}}{2} \quad j = N$$

E onde m_k se estima na linha anterior (KIRBY, 1986b):

$$m_{est_{kl}} = -i \left. \frac{\partial A}{\partial y} \right|_i^{kl}$$

Agrupando os diversos termos, ficam duas equações da forma:

$$a_k A_{i+1,j+1}^{kl} + b_k A_{i+1,j}^{kl} = d_k A_{i,j+1}^{kl} + e_k A_{i,j}^{kl} \quad \text{para } j = 1 \quad (95)$$

$$b_k A_{i+1,j}^{kl} + c_k A_{i+1,j-1}^{kl} = e_k A_{i,j}^{kl} + f_k A_{i,j-1}^{kl} \quad \text{para } j = N \quad (96)$$

• **Contornos refletivos**

Para o caso de contornos físicos reais, como diques ou paredes verticais, uma condição totalmente refletiva é obtida impondo Kirby (1986b):

$$\frac{\partial A_{kl}}{\partial y} = 0$$

Da mesma maneira que no caso anterior, para que o esquema continue sendo de segunda ordem em Δy , as variáveis são discretizadas no ponto médio, resultando:

$$\frac{A_{i+1,j+1}^{kl} - A_{i+1,j}^{kl}}{\Delta y} = 0 \quad j = 1 \quad (97)$$

$$\frac{A_{i+1,j}^{kl} - A_{i+1,j-1}^{kl}}{\Delta y} = 0 \quad j = N \quad (98)$$

Apesar da eventual imposição de condições de contorno abertas, os resultados indicam que sempre existe certa reflexão espúria até o interior do domínio. No caso de comprovar que a área de interesse não fica potencialmente afetada por tais reflexões provenientes do contorno, deverá ser aumentada a largura - em Y- do domínio.

3.8 Sistema de equações a resolver

Após discretizar a equação de governo (90) e aplicar as respectivas condições de contornos laterais, é criado um sistema de equações tal como (94), (95) e (96) ou (94), (97) e (98), cuja forma geral é:

$$CP_{3k} A_{i+1,j-1}^{kl} + CP_{1k} A_{i+1,j}^{kl} + CP_{2k} A_{i+1,j+1}^{kl} = C_{3k} A_{i,j-1}^{kl} + C_{1k} A_{i,j}^{kl} + C_{2k} A_{i,j+1}^{kl} \quad (99)$$

onde os coeficientes C_{mk} e CP_{mk} são expressões complexas conhecidas dependentes de $h, c_k, c_{gk}, \omega_k, \sigma_k, U, V$, etc. e onde as amplitudes complexas $A_{i,\xi}^{kl}$ também são conhecidas, sendo $A_{i,\xi}^{kl}$ as variáveis desconhecidas. O sistema de equações resultante é tridiagonal, implícito em $A_{i,\xi}^{kl}$ e é resolvido facilmente, transformando a notação matricial. A seguir é apresentado o sistema de matrizes para as P componentes ($P = Nf$ componentes frequenciais \times $N0$ componentes direcionais), propagadas entre as linhas i e $i+1$ (Figura 13):

$$\begin{matrix}
 \text{Componente P} \\
 \begin{bmatrix}
 M_1^P & R_1^P & 0 & 0 & \dots & 0 \\
 L_2^P & M_2^P & R_2^P & 0 & \dots & 0 \\
 0 & L_3^P & M_3^P & R_3^P & \dots & 0
 \end{bmatrix} \\
 \dots \\
 \text{Componente 1} \\
 \text{Componente 2} \\
 \text{Componente 3} \\
 \begin{bmatrix}
 M_1^1 & R_1^1 & 0 & 0 & \dots & 0 \\
 L_2^1 & M_2^1 & R_2^1 & 0 & \dots & 0 \\
 0 & L_3^1 & M_3^1 & R_3^1 & \dots & 0 \\
 \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\
 0 & \dots & L_{n-2}^1 & M_{n-2}^1 & R_{n-2}^1 & 0 \\
 0 & \dots & 0 & L_{n-1}^1 & M_{n-1}^1 & R_{n-1}^1 \\
 0 & \dots & 0 & 0 & L_n^1 & M_n^1
 \end{bmatrix}
 \end{matrix}
 \cdot
 \begin{matrix}
 \begin{bmatrix}
 A_{i+1,1}^P \\
 A_{i+1,2}^P \\
 A_{i+1,3}^P \\
 \dots \\
 0 \\
 T_2^P \\
 T_3^P \\
 \dots \\
 T_{n-2}^P \\
 T_{n-1}^P \\
 0
 \end{bmatrix}
 = \\
 \begin{bmatrix}
 A_{i+1,1}^1 \\
 A_{i+1,2}^1 \\
 A_{i+1,3}^1 \\
 \dots \\
 A_{i+1,n-2}^1 \\
 A_{i+1,n-1}^1 \\
 A_{i+1,n}^1
 \end{bmatrix}
 = \\
 \begin{bmatrix}
 0 \\
 T_2^1 \\
 T_3^1 \\
 \dots \\
 T_{n-2}^1 \\
 T_{n-1}^1 \\
 T_n^1
 \end{bmatrix}
 \end{matrix}
 \quad (100)$$

Figura 13 – Sistema de matrizes para as P componentes ($P = Nf$ componentes frequenciais \times $N0$ componentes direcionais), propagadas entre as linhas i e $i+1$

Mediante o algoritmo de dupla varredura de Carnahan *et. al.* (1969), que permite resolver um sistema linear de n variáveis com matriz tridiagonal.

Tal sistema de matrizes de equações (100) é resolvido avançando linha a linha, partindo das condições iniciais e calculando progressivamente os valores da linha $i+1$ a partir dos valores da linha i , até chegar à última linha $IR=MR$. Os valores das incógnitas obtidas em cada interação são $(A_{kl}(i, j), j = 1, N)$ demonstrados de forma complexa:

$$A_{kl} = a + ib = |A_{kl}|e^{i\beta_{kl}}$$

Assim, a altura da onda de cada componente é definida como:

$$H_{kl} = 2|A_{kl}|$$

E para obter a direção a partir da fase β_{kl} :

$$\vec{k}_k = |k_k|(\cos \theta_{kl}, \sin \theta_{kl}) = \vec{\nabla}\beta_{kl}$$

onde θ_{kl} é a direção de propagação.

Assim, para cada ponto $(i+1, j)$ é possível calcular a altura significativa de onda H_s com a equação (38); os espectros frequenciais e direcionais equações (40) e (41); os tensores de radiação, equações (75), (76) e (77); e a direção média do fluxo médio de energia, equação (83).

Os coeficientes $L_j^\xi, M_j^\xi, R_j^\xi, T_j^\xi$ contêm alguns termos não lineares devido à função $G_{kl}(|A_{kl}|, k_k h)$, que serão tratados mais adiante. Os coeficientes são obtidos da discretização da equação (90), utilizando as expressões obtidas nos itens 3.6 e 3.7.

3.9 Implementação numérica do termo não linear

O termo não linear $G(|A|, kh)_{kl} \neq 0$ da equação de propagação converte o esquema numérico em um sistema cúbico para os valores incógnitos $A_{i+1,j}^{kl}$, no caso de considerar por igual os valores das linhas i e $i+1$ no método de Crank-Nicholson. Estes termos afetam o valor dos coeficientes do sistema de equações (100), que deixam de ser função exclusiva da topografia e das características da onda e passam a depender também de $|A_{i+1,j}^{kl}|$, desconhecida.

Para resolver este problema é utilizado um esquema iterativo para:

$$\dots + i \frac{\sigma}{2} G(|A|, kh)_{kl} A_{kl} = 0$$

Da forma:

$$+i \frac{\sigma_{i+1,j}^k + \sigma_{i,j}^k}{4} \frac{G_{kl}(|A_{i+1,j}^{s-1}|, k_k h_{i+1,j}) A_{i+1,j}^{s,k,l} + G_{kl}(|A_{i,j}|, k_k h_{i,j}) A_{i,j}^{kl}}{2} = 0 \quad (101)$$

onde s indica a iteração e, para $s = 1$, ou seja, para a primeira iteração é utilizado $|A_{i+1,j}^0|_{kl} = |A_{i,j}|_{kl}$.

Assim, o valor obtido para uma componente de $A_{i+1,j}^{s,k,l}$ em cada iteração é substituído na seguinte até obter a convergência. Para as aplicações implementadas

no modelo OLUCA-SP foram suficientes duas iterações, visto que foi utilizado $\Delta x = \frac{\bar{L}_{min}}{5}$ (com L_{min} como comprimento de onda média em y , da componente de menor período), o qual é suficientemente pequeno.

3.10 Modelagem de áreas de terra no interior do domínio

A inclusão de linhas de costa, ilhas, paredes verticais, diques, etc., em definitivo, de áreas de terra no interior da área de cálculo do modelo de propagação, geralmente requer a modificação das características de alguns nós da malha. No entanto, como a área de terra que emerge estará rodeada de uma zona de surfe, principalmente se aquela apresentar declividade pode ser introduzido um artifício que simplifica nitidamente a modelagem da malha e, em geral, do código.

Substituindo a área que aflora por cima do nível da água por um banco ou “*shoal*” de fundo plano e de profundidade muito reduzida, da ordem de 1 mm, é possível incluir a área de terra no interior do domínio sem modificar este último.

Em outras palavras, as áreas de terra do domínio são inundadas artificialmente com uma película de água de profundidade $E = 1 \text{ mm}$. Desta forma, todo o domínio de cálculo estará formado por água e todos os nós da malha serão ativos. Essa técnica, conhecida como técnica “*thin film*” foi proposta por Dalrymple, Kirby e Mann, (1984) para a propagação de ondas na presença de ilhas (Figura 14).

Tal técnica do “*thin film*” associada a um modelo de quebra permite prever eficientemente as alturas de onda nas imediações de ilhas ou obstáculos. O algoritmo de quebra reduz as alturas de onda através da área de surf até um pequeno valor na linha de costa “real”, após isto tal algoritmo segue reduzindo a altura da onda que é propagada sobre o “*thin film*”, para um valor praticamente nulo. De acordo com os modelos de dissipação por quebra, esta onda que se propaga pela área de terra inundada leva associada uma energia desprezível.

$$\varepsilon \approx H^2 \rightarrow \approx (1 \text{ mm})^2$$

Que, portanto, não afeta o processo dinâmico de propagação de ondas para sotavento da ilha.

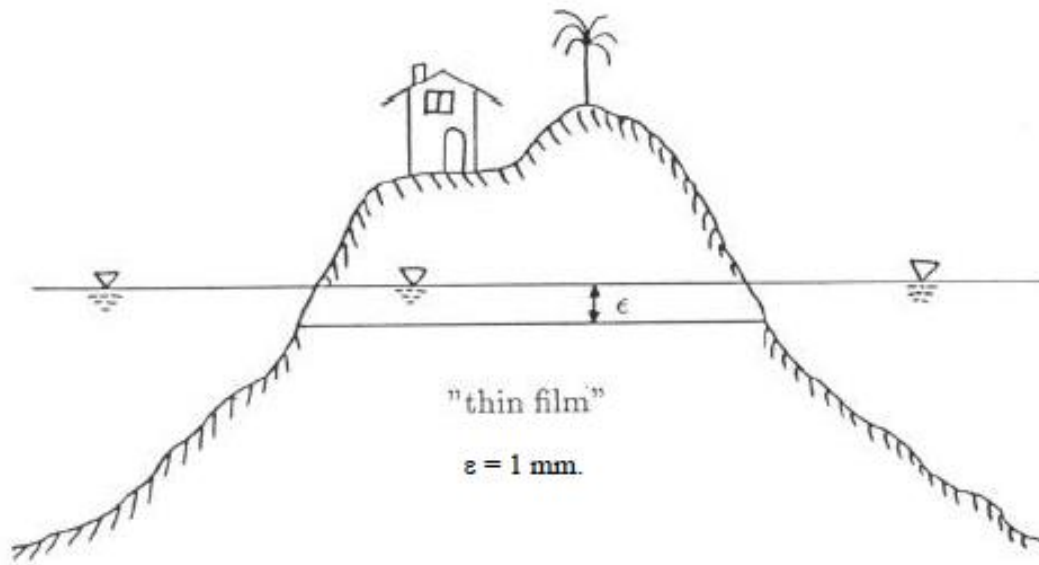


Figura 14 – Representação de áreas de terra no modelo.

A transformação da área de terra é realizada pelo código numérico quando verifica os dados de entrada e observa valores negativos da profundidade. Uma instrução do código converte tais valores em profundidade 1 mm.

O inconveniente que apresenta esta técnica do “*thin film*” é que podem ser apresentados problemas de perturbações numéricas que são propagadas com o avanço das ondas. Isto pode ocorrer na propagação de componentes de grande período, em áreas onde são localizados diques ou falésias em grandes profundidades, onde em um ponto há terra ($hf = 1 \text{ mm}$ de água) e o ponto seguinte da malha uma profundidade (h_{j+1}) muito grande (Figura 15).

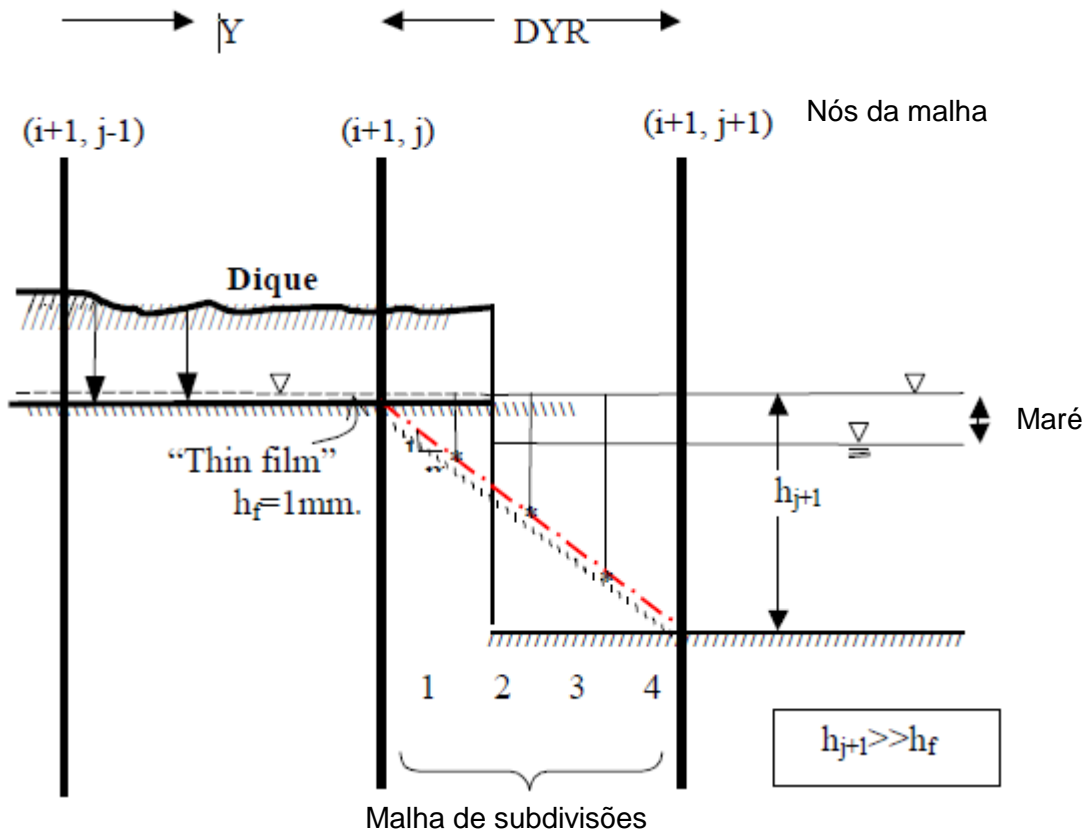


Figura 15 – Esquema ao longo do eixo Y. Dique ou falésia em grandes profundidades seguidas de um “thin layer”.

A combinação de grandes profundidades com grandes períodos no ponto $(j + 1)$ permite obter valores muito altos para alguns parâmetros. Por exemplo, comprimento de onda e celeridade, ou valores muito pequenos, como; no caso do número de onda, os quais se comparados aos parâmetros do “thin film”, ponto (j) , em alguns casos há diferenças de várias ordens de magnitude, afetando numericamente o cálculo dos coeficientes em (100), coeficientes obtidos a partir da discretização das equações diferenciais.

Além disso, se o usuário define subdivisões no eixo Y, estas se localizam em uma batimetria do fundo 1: m (ver linha de pontos e listras na Figura 15), que pode exceder o limite da declividade suave (1:3) ($m > 3$), complicando ainda mais a situação.

Com a finalidade de evitar este tipo de problemas, o usuário por um lado pode escolher um tamanho mínimo de malha (DYR_{min} , DXR_{min}) definido pela seguinte relação:

$$DYR_{min} = \frac{L_{j+1}^{TM}}{6} \quad (102)$$

onde L_{j+1} é o comprimento de onda definido no ponto $hj+1$ com o maior período (TM) das componentes frequenciais. A profundidade $hj+1$ (incluída a maré) deve ser a maior existente junto a um “*thin film*” no domínio da malha. Da mesma maneira é definido DXR_{min} , não sendo tão crítico como é o caso DYR_{min} .

A equação (102) foi representada na Figura 15, onde é visto para diferentes profundidades e períodos máximos do tamanho mínimo da malha recomendado.

Outra maneira de evitar este tipo de problemas é suavizando a batimetria ao redor do dique ou recife. Reduzir a profundidade implica comprimentos de ondas menores na equação (102) e, portanto, menores DYR_{min} . Para esta segunda situação, mediante a equação (102) e a equação do comprimento da onda na teoria linear (equação de dispersão) é definida a profundidade máxima limite próxima do “*thin film*”:

$$h_{(j+1)limite}^{max} = \frac{6DYR}{2\pi} \arctan \left[\frac{2\pi(6DYR)}{gT_M^2} \right] \quad (103)$$

Profundidade que inclui a maré e supõe ter definido previamente DYR .

Como exemplo é apresentado nas Figuras 17 e 18 o caso de um dique localizado em uma batimetria reta e paralela a uma profundidade ($hj+1 = 20$ metros). Nestas figuras são representadas as alturas de onda mediante vetores de direção e isolinhas, para uma só componente propagada.

O primeiro caso corresponde a uma componente com período $T = 10$ seg. (altura de onda $H = 3$ m e direção = 30°). Na Figura 17a, aparece para tamanhos de malha ($DYR = DXR = 10$ m) menores do que o mínimo especificado na Figura 15 ($DYR_{min} = 19$ m), como a propagação, a partir do dique, gera distúrbios que são refletidos nas setas e isoalturas de altura de onda. Por outro lado, em (b) é observado como as perturbações desaparecem quando se aumenta o tamanho de malha à ($DYR = DXR = 25$ m), superado o mínimo especificado na Figura 16 ($DYR_{min} = 19$ m).

Da mesma maneira, na Figura 18a e 18b, é apresentada a propagação da mesma onda, mas com um período maior ($T = 15$ segundos). Pode ser visto como o efeito da perturbação é mais acentuado, devido ao fato de que o tamanho de malha

($DYR = DXR = 10$ m) se encontra muito distante do mínimo recomendado ($DYR_{min} = 32$ m).

3.11 Implementação numérica da quebra

O esquema de Crank-Nicolson é aplicado para a maior parte dos termos da equação, incluindo derivadas em X ao redor de $(i+1/2, j)$. No entanto, aplicando o esquema de Crank-Nicolson ao termo de dissipação por quebra, a modelagem fica estável na maior parte do domínio, exceto na redondeza de um “*thin film*”, onde ocorrem efeitos indesejáveis. Para evitar isto, uma aproximação turbulenta implícita é aplicada nas proximidades do “*thin film*”. É introduzido o parâmetro β de tal maneira que a forma mais simples da equação linear em profundidade constante é mostrada como:

$$\frac{\partial A_k}{\partial x} = -\alpha A_k \quad (104)$$

Que pode ser escrita em termos de diferenças finitas como:

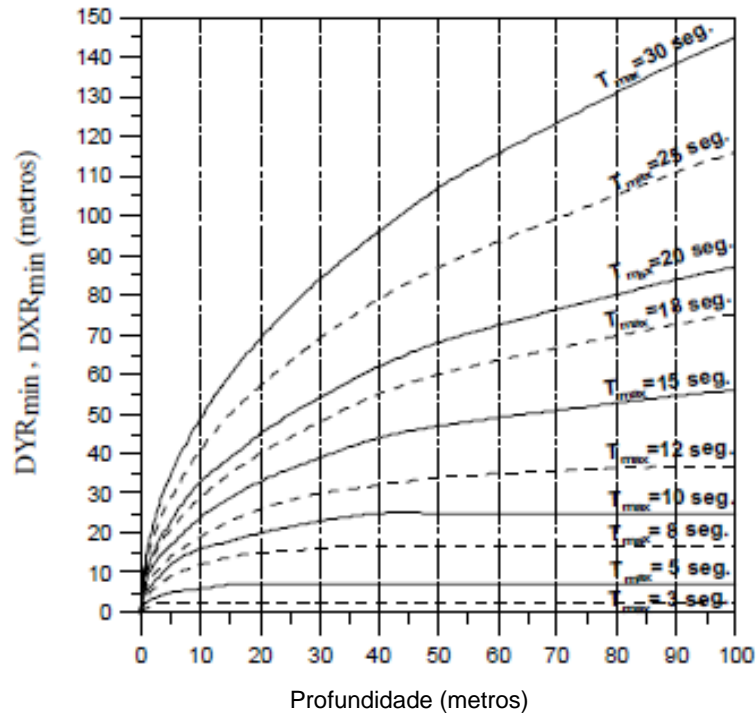
$$\frac{A_{i+1,j}^k - A_{i,j}^k}{\Delta x} = -\alpha [\beta A_{i+1,j}^k + (1 - \beta) A_{i,j}^k] \quad (105)$$

onde β é definido como:

$$\beta = \frac{1}{2} + \frac{1}{2} \left(\frac{h_f}{h} \right)^3 \quad (106)$$

Sendo h_f = a profundidade no “*thin film*” e h = a profundidade de água local. O parâmetro β toma o valor de 0,5 em qualquer parte do domínio, levando a um esquema Crank-Nicholson centrado, mas toma um valor igual à unidade no “*thin film*” permitindo um passo totalmente implícito.

Tamanho mínimo de Malha
(Limitação Numérica do modelo parabólico)



Detalhe Tamanho mínimo de Malha

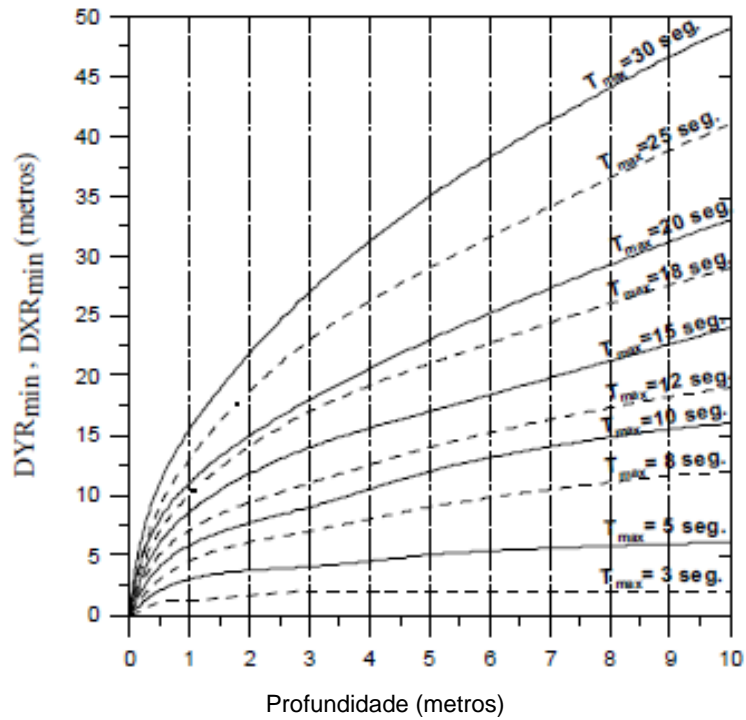
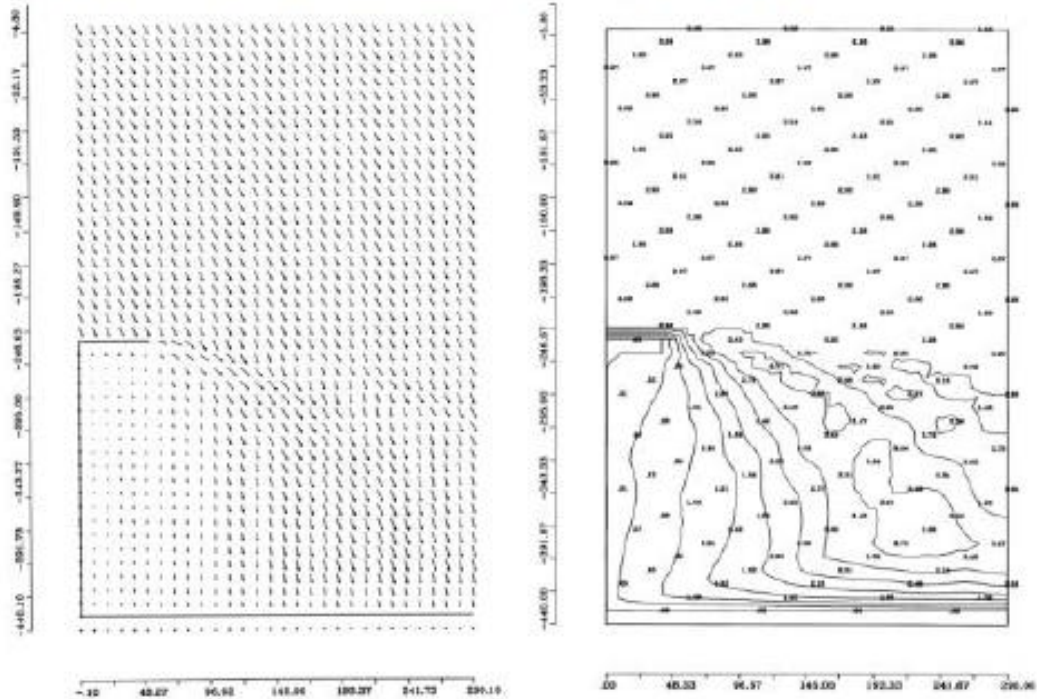


Figura 16 – Tamanho mínimo de malha (DYZ, DXR), como uma função da profundidade mais próxima do “thin film” e o período máximo das componentes.

(a) $DYR = DXR = 10\text{ m}$, $DYR_{min} = 19\text{ m}$: ($DYR < DYR_{min}$)



(b) $DYR = DXR = 25\text{ m}$, $DYR_{min} = 19\text{ m}$: ($DYR > DYR_{min}$)

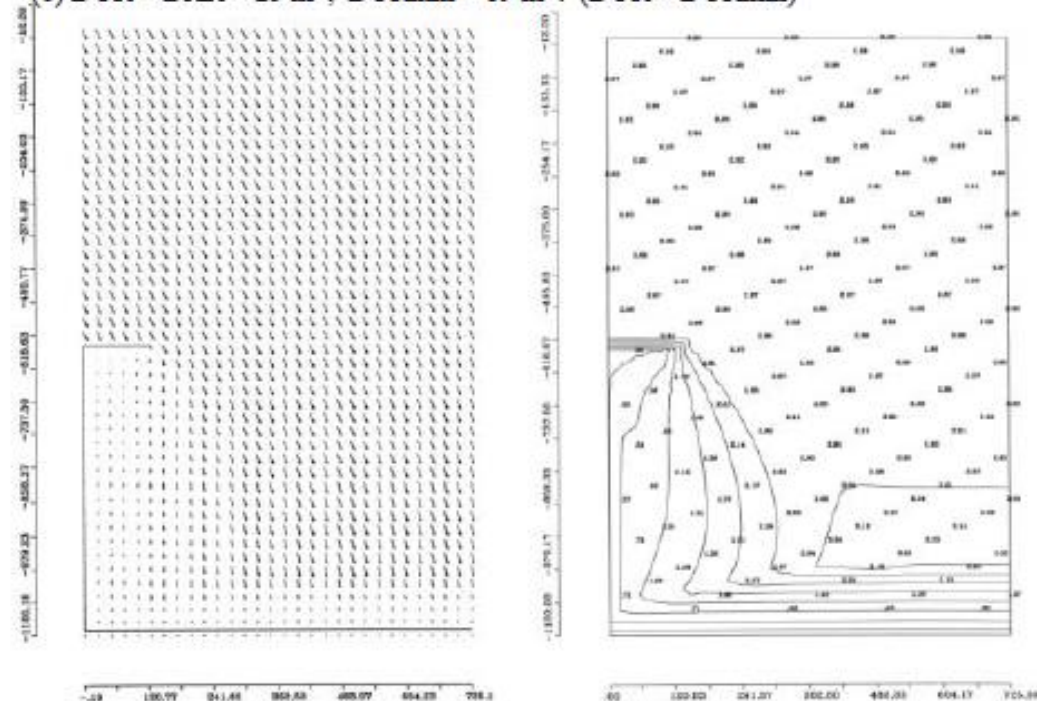
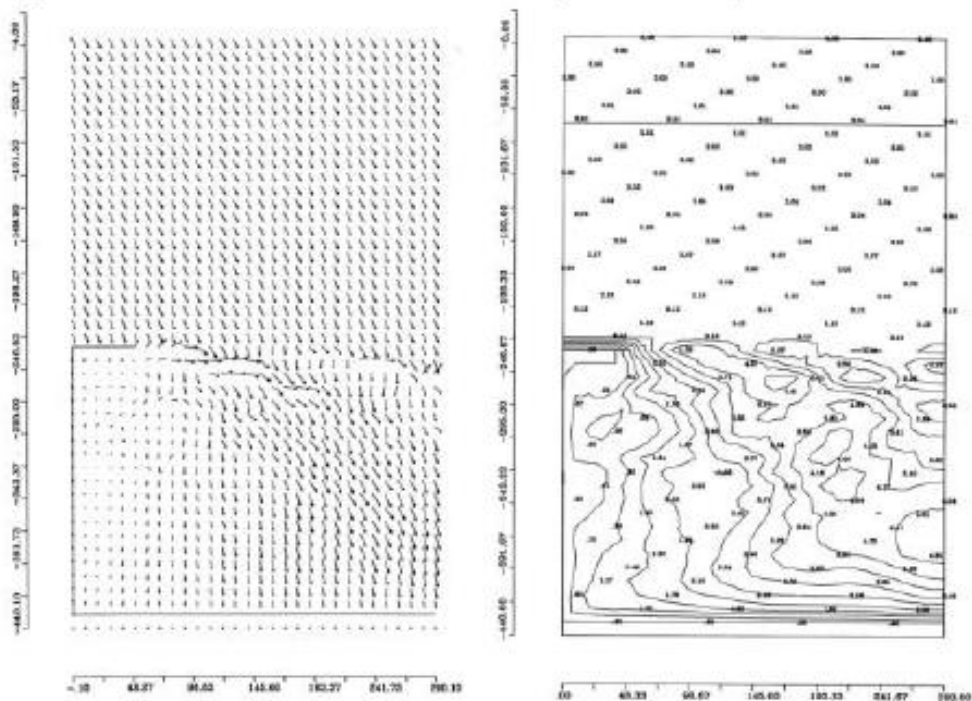


Figura 17 – Vetores de altura de onda. Dique localizado a uma profundidade ($h_{j+1} = 20\text{m}$), propagação de um só componente com $T = 10\text{ seg.}$ ($H = 3\text{m}$ e $Dir = 30^\circ$). (a) $DYR = DXR = 10\text{m}$; (b) $DYR = DXR = 25\text{m}$.

(a) $DYR = DXR = 10\text{ m}$, $DYR_{min} = 32\text{ m}$: ($DYR < DYR_{min}$)



(b) $DYR = DXR = 40\text{ m}$, $DYR_{min} = 32\text{ m}$: ($DYR > DYR_{min}$)

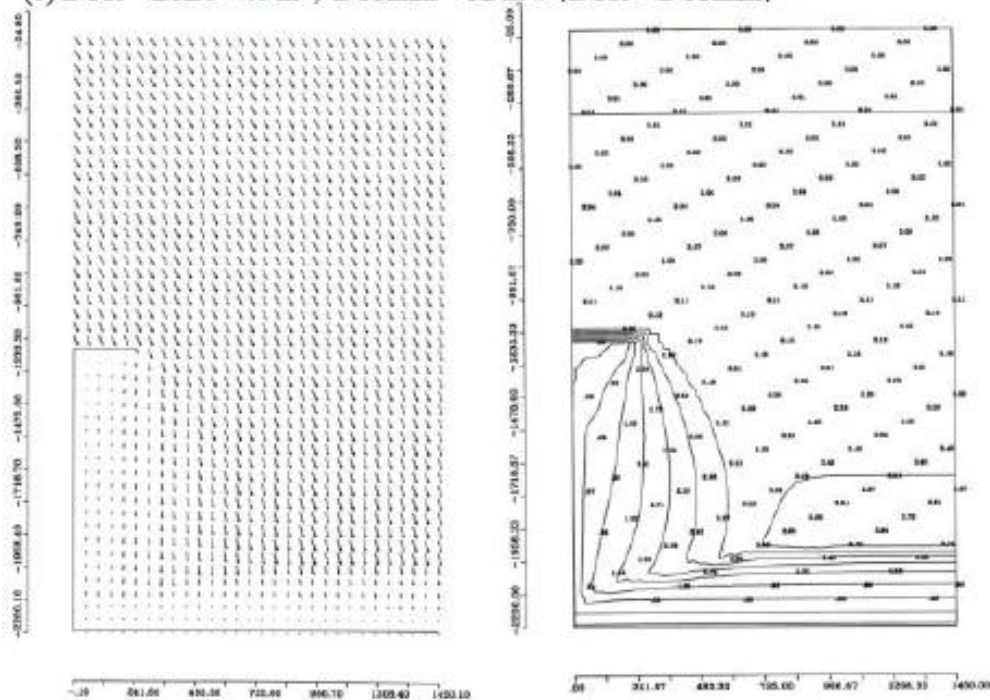


Figura 18 – Vetores e Isolinhas de altura de onda. Dique localizado a uma profundidade ($h_j + 1 = 20\text{m}$), propagação de uma só componente com $T = 15\text{ seg.}$ ($H = 3\text{ m}$ e $Dir = 30^\circ$).
 (a) $DYR = DXR = 10\text{m}$; (b) $DYR = DXR = 40\text{m}$.

**CAPÍTULO 4: ESTRUTURA DE CÓDIGOS DO
PROGRAMA**

4. Estrutura de Códigos do Programa

4.1 Introdução

O programa OLUCA-SP é composto basicamente de dois códigos: um de pré-processo de dados de ondas denominado ESPEC2_0, e o código de propagação de ondas denominado OLUSPF foi desenvolvido com base no modelo OLUCA-MC (programa elaborado pelo Grupo de Engenharia Oceanográfica e de Costas (G.I.O.C.) da Universidade de Cantabria) e no uso de algumas sub-rotinas modificadas do programa REF/DIF S (programa codificado por James T. Kirby e H. Tuba Ozkan do “Center for Applied Coastal Research, Department of Civil Engineering, University of Delaware, Newark, U.S.A.”).

A resolução de um problema geral de propagação de ondas, a partir do modelo exposto anteriormente, necessita seguir o seguinte processo:

Em primeiro lugar, o modelo lê ou gera um espectro bidimensional, o qual deve ser discretizado em N_f componentes frequenciais x N_θ componentes direcionais. Cada componente é definida por uma amplitude, período ou frequência e direção. Este primeiro passo é desenvolvido mediante o programa SPEC_0, que gera um arquivo de entrada para o OLUSPF.

A seguir, o OLUSPF lê e verifica os dados de entrada (batimetria, ondas, correntes) para evitar erros grosseiros como descontinuidades na batimetria ou correntes em regime supercrítico (n° de Froude > 1).

Posteriormente, a partir dos dados de componentes de ondas incidentes, inicializa a variável $A_{i,j}^{kl}$ na primeira linha do domínio (onde Kl é a componente associada à frequência K e a direção l). Para isso, é assumida como válida a lei de Snell e para cada componente frequencial toma-se um número de onda K_k idêntico em toda a linha, de tal forma que se cumpra:

$$A_{i,j}^{kl} = \frac{H}{2} e^{ik_k y_j \text{sen} \theta_{kl}} \quad \text{para } (i = 1, j = 1, NR)$$

Com $k_k \text{sen} \theta_{kl} = \text{cte}$.

O passo seguinte antes de resolver as equações para a linha $i+1$ é densificar a malha de cálculo segundo os dados especificados no início do processo e calcular as

diversas constantes existentes para definir os coeficientes das matrizes do sistema de componentes.

Com a malha de cálculo definida e obtidos os coeficientes das matrizes junto com os termos independentes, resolve-se o sistema de equações (100) realizando uma segunda iteração para implementar a não linearidade da equação (90).

Finalmente, verificam-se os resultados obtidos para a linha $i + 1$, com a finalidade de comprovar que não existam valores fisicamente irreais e, obtendo assim, para todos os componentes, os valores de $A_{i+1,j}^{kl}$. Com isso, se calculam: a altura significativa de onda (H_s), a superfície livre (η), espectros ($E(f)$, $S(f, \theta)$) e tensores de radiação (S_{xx} , S_{yy} , S_{xy}), em cada ponto j da linha $i+1$. Voltando a realizar o mesmo processo exposto até alcançar a última linha do domínio. Um diagrama da estrutura global dos códigos SPEC2_0 e OLUSPF pode ser visto nas Figuras 19 e 20, respectivamente.

4.2 Descrição de sub-rotinas

Neste item são descritas as sub-rotinas do programa OLUSPF e serão mostrados os detalhes do programa SPEC_0.

O código do programa de propagação OLUSPF está organizado em um programa principal e treze sub-rotinas, sem chamar programas ou pacotes externos. Está completamente codificado em FORTRAN77, sendo aceito por qualquer compilador que leia tal linguagem.

O programa está estruturado em dois níveis:

1. - Nível principal, onde o programa lê dados, verifica dados lidos e começa o bloco de cálculo. Este é o bloco principal do programa (Figura 21).
2. - O segundo nível do programa gera malhas e soluciona o sistema. Um esquema deste nível pode ser visto na Figura 22.

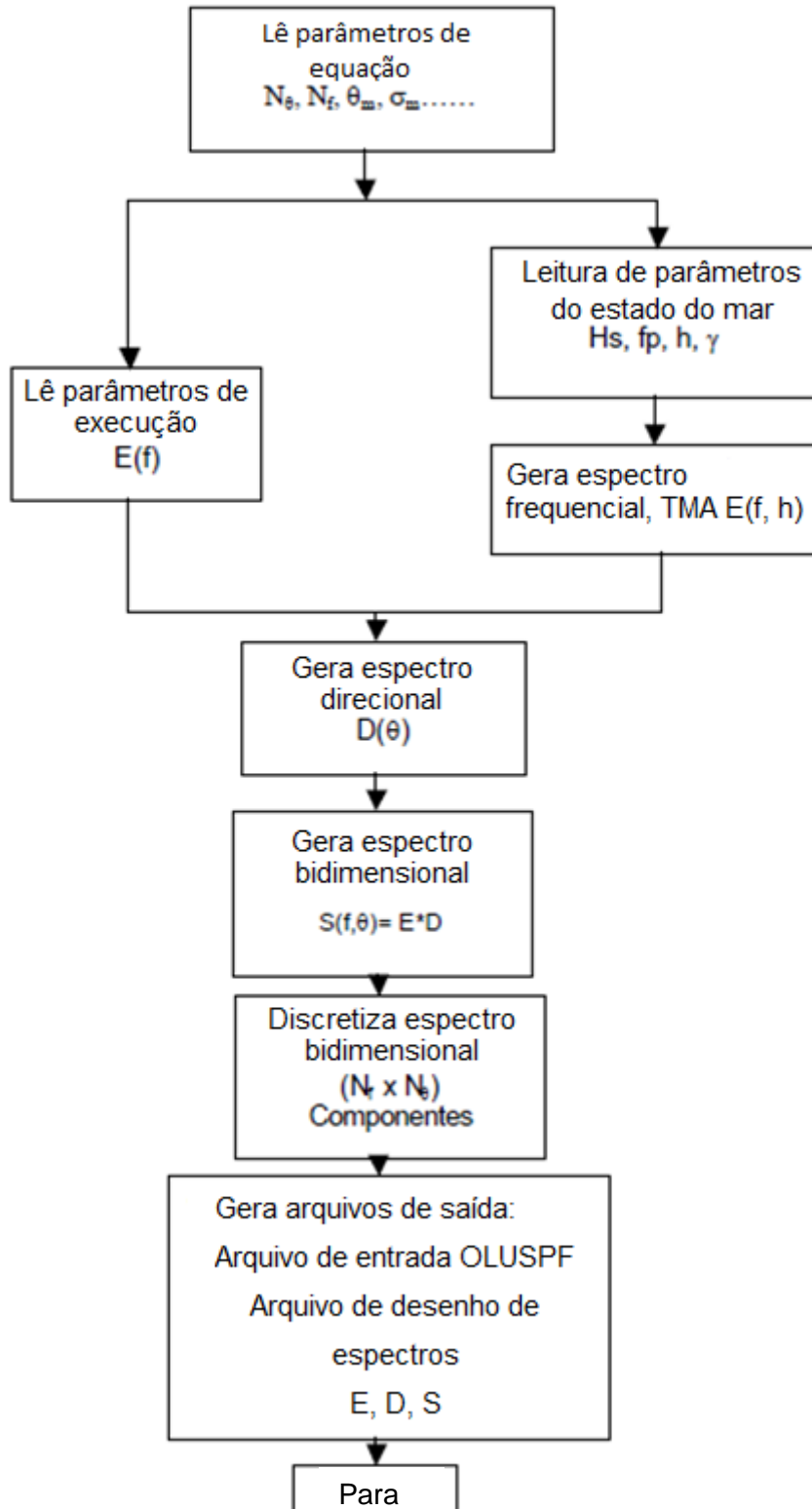


Figura 19 – Estrutura do código Fortran SPEC2_0.

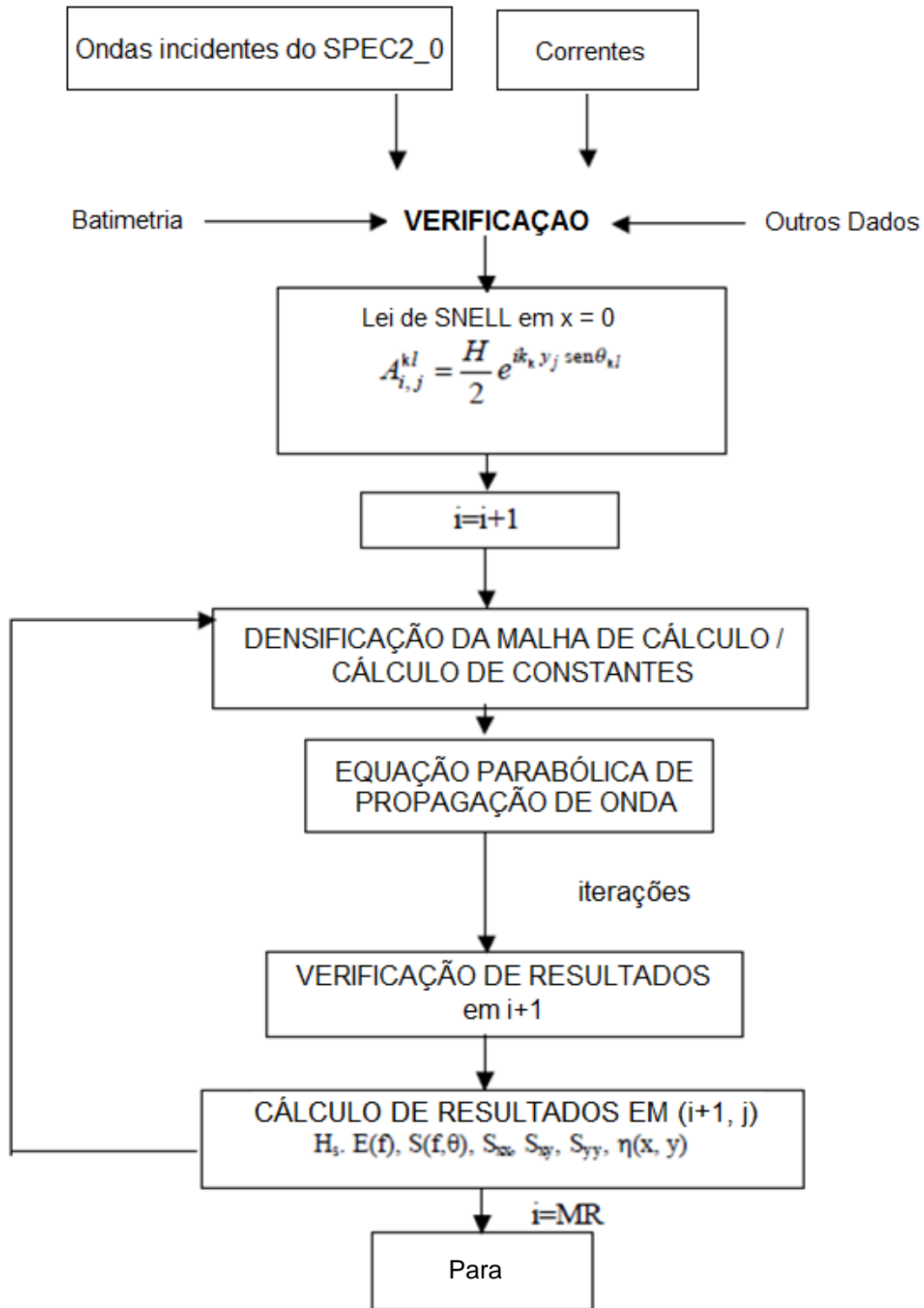


Figura 20 – Estrutura do código Fortran OLUCA.

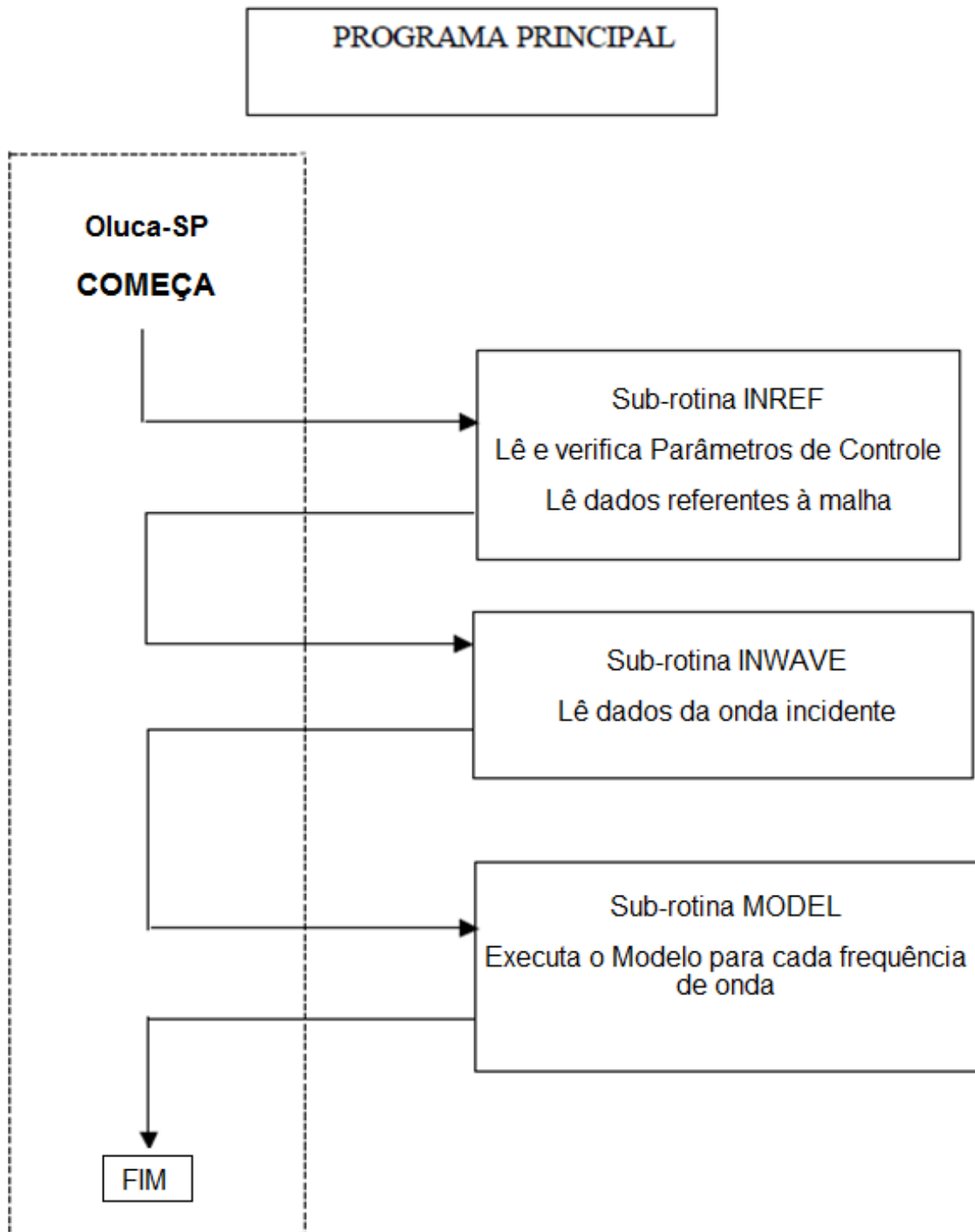


Figura 21 – OLUSPF: Programa principal (Nível 1).

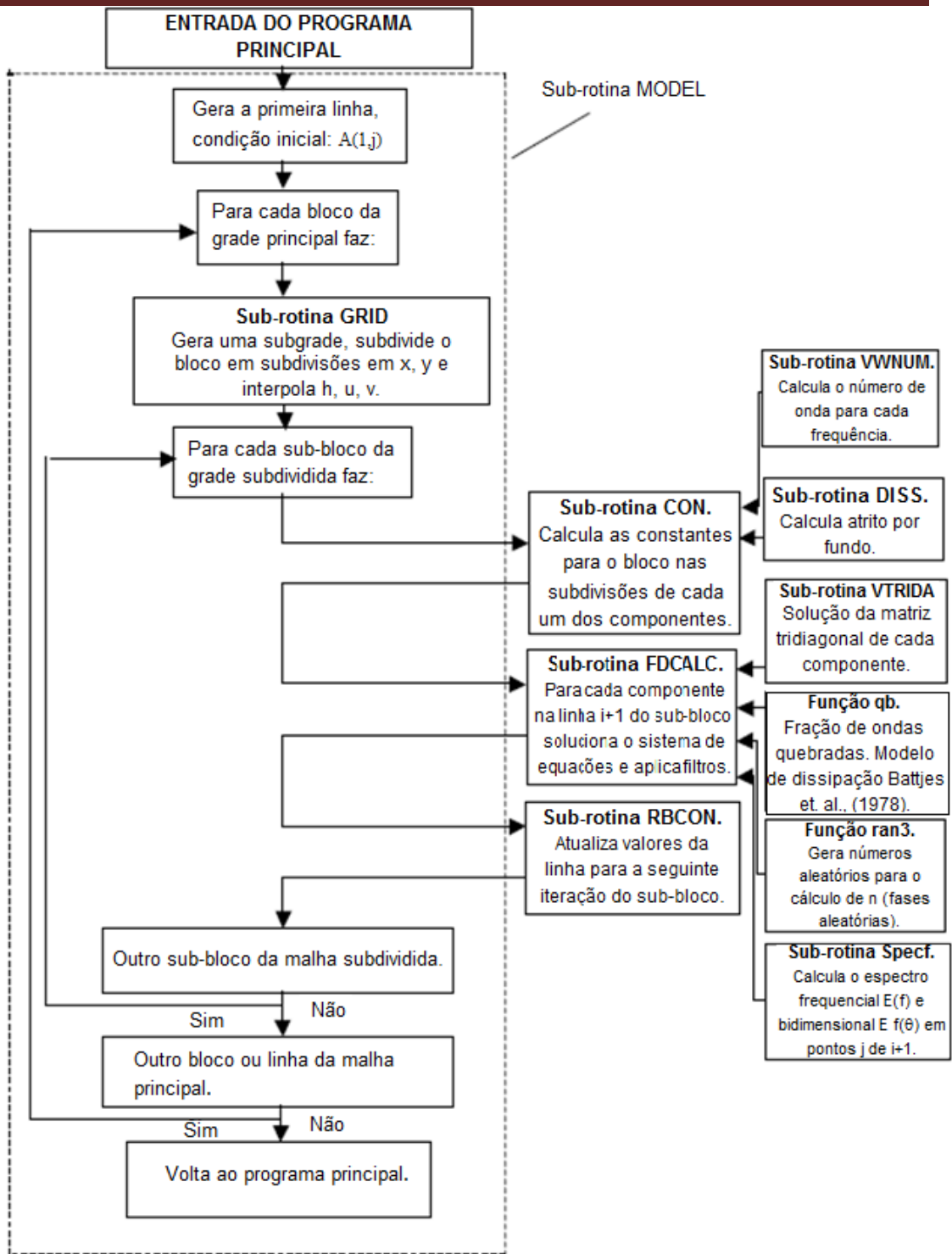


Figura 22 – OLUSPF: Sub-rotina MODEL (Nível 2).

1. Programa Principal:

- Define dimensionamento de variáveis, matrizes, etc.
- Gera nomes e arquivos de entrada e saída do programa.
- Chama sub-rotinas: INREF, INWAVE, MODEL.
- Fecha arquivos e finaliza a execução.

2. Sub-rotina INREF

- É chamada no Programa Principal.
- Lê parâmetros de controle, tamanho da malha, dimensões da sub-malha, profundidades $h(x, y)$, velocidades $U(x, y)$ e $V(x, y)$.
- Verifica profundidades e número de *Froude* com velocidades.
- Muda para unidades MKS, se necessário. A estrutura dos arquivos de entrada pode ser consultada no manual do usuário.

3. Sub-rotina INWAVE

- É chamada no Programa Principal.
- Lê dados das ondas na primeira linha da malha, quer seja um arquivo com os componentes ou um arquivo de saída de uma malha aninhada, com o cálculo da amplitude complexa de todos os componentes na última linha.

4. Sub-rotina MODEL

- É chamada no Programa Principal.
- Esta sub-rotina controla a parte operacional do modelo.
 - a. Constrói, para cada componente das ondas, a amplitude complexa da primeira linha da malha geral.
 - b. Para cada bloco ou linha da malha geral:
 - Chama GRID para interpolar h, U, V da sub-malha.

- Chama COM para calcular a partir de cada uma das componentes as constantes da sub-malha interpolada.

- Chama FDCALC para calcular as amplitudes complexas nas subdivisões do bloco.

- Guarda os resultados da última linha da malha geral, no caso de existir posteriormente uma malha encadeada.

5. Sub-rotina GRID:

- É chamada a partir de MODEL.
- Para um bloco *IR* dado, faz:
 - a. Avalia, para cada componente das ondas, k_k número de onda médio na primeira linha do bloco. Com o menor k_k estima o número de subdivisões do bloco, tendo pelo menos 5 pontos por comprimento de onda na direção x .
 - b. Soma a profundidade da maré e em terra coloca a película fina de 1 mm de água.
 - c. Interpola para uma submalha de um dado bloco, a profundidade $h(x, y)$, e as velocidades $U(x, y)$ e $V(x, y)$.

6. Sub-rotina COM:

- Sua chamada é feita a partir de MODEL.
- Para cada componente em um bloco *IR* dado, faz:
 - a. Calcula diferentes constantes para mais adiante construir as matrizes de cálculo.
 - b. Chama a sub-rotina DISS, onde calcula o atrito por fundo dos pontos da sub-malha.
 - c. Avalia k_k de cada linha da sub-malha.

7. Sub-rotina FDCALC:

- Sua chamada é feita a partir de MODEL.

- Para cada linha $(i+1)$ da sub-malha, em um bloco IR dado, faz:
 - a. Carrega a matriz tridiagonal e o vetor independente do sistema de equações, (100).
 - b. Como uma primeira iteração chama VTRIDA, onde encontra o vetor solução de $A(i+1, j)_{1kl}$.
 - c. Como segunda iteração, substituindo $A(i+1, j)_{1kl}$ nos termos não lineares, chama VTRIDA para obter o vetor solução da amplitude complexa $A(i+1, j)_{2kl}$, finalizando o ciclo de iterações.
 - d. A partir das amplitudes complexas associadas a cada componente $A(i+1, j)_{2kl}$ são calculados em cada ponto j da linha $i+1$, a altura significativa de onda H_s aplicando a equação (38); os espectros *frequencial* $E(f)$ e direcional aplicando as equações (40) e (41); a superfície livre, equação (41b), os tensores de radiação S_{xx} , S_{yy} e S_{xy} , aplicando as equações (75), (76) e (77) respectivamente, e a direção de fluxo médio de energia, equação (83).
 - e. Quando finaliza todas as linhas do bloco, escreve os resultados da última linha nos arquivos de saída. O controle volta para MODEL, onde passa a um novo bloco $i+1$ da malha geral.

8. Sub-rotina RBCON:

- É chamada a partir de FDCALC.
- Uma vez calculada $A(i+1, j)_{2kl}$, esta sub-rotina atualiza os parâmetros em $i(i = i + 1)$ para a linha seguinte de cálculo.

9. Sub-rotina CTRIDA:

- É chamada a partir de FDCALC.
- Avalia a solução das equações implícitas por dupla varredura. Salvo com a matriz complexa descrita em (100).

10. Sub-rotina DISS:

-
- É chamada a partir de CON.
 - Avalia os coeficientes de dissipação por atrito para cada uma das componentes, baseado no modelo escolhido (laminar, turbulento ou poroso).

11. Sub-rotina WVNUM:

- É chamada a partir de MODEL, GRID e CON.
- Encontra, para cada componente de ondas, os números de onda, K_x , aplicando a equação de dispersão onda-corrente, pelo método de Newton-Raphson.

12. Função Qb:

- É chamada a partir de FDCALC.
- Calcula a fração de energia dissipada pelas ondas em uma determinada profundidade.

13. Sub-rotina SPECF:

- É chamada a partir de FDCALC.
- Calcula o espectro frequencial ou bidimensional em um nó do domínio.

14. Função RAN3:

- É chamada a partir de FDCALC.
- É um gerador de números aleatórios para o cálculo da superfície livre aplicando o método de fases aleatórias.

**CAPÍTULO 5: VALIDAÇÃO E APLICAÇÃO DO
MODELO OLUCA - SP**

5. Validação e Aplicação do Modelo OLUCA-SP

5.1 Introdução

Neste capítulo é apresentada a comprovação do modelo OLUCA-SP, aplicando-o em casos de testes de modelos físicos em laboratório e casos reais em praias.

Com este objetivo são tomados os dados de três diferentes testes realizados em laboratório: (1) Mase e Kirby (1992), que realizaram a propagação de uma onda unidirecional sobre uma praia de reta (sem declividade); (2) os testes de Chawla (1995), que propagou diferentes espectros bidimensionais (largos e estreitos) sobre um fundo horizontal com um banco circular; e (3) os testes de Vincent e Briggs (1989), que geraram onda direcional sobre uma batimetria de fundo plano e um banco elíptico.

Dada à complexidade de medir onda direcional no campo, com uma determinada precisão e resolução no espaço e no tempo, somente foi comprovado o modelo com dados do experimento de campo denominado DELILAH (*Duck Experiment on Low-frequency and Incident-band Longshore and Across-shore Hydrodynamics*), realizados pelo *Coastal Engineering Research Center Field Research Facility* em Duck, NC, em outubro de 1991 (ver detalhes dos testes em Birkemeier, 1991).

5.2 Empinamento unidirecional sobre uma praia reta (sem declividade) (MASE; KIRBY, 1992)

5.2.1 Características do teste

Mase e Kirby (1992) realizaram uma série de testes em um canal de laboratório, gerando ondas a partir de um espectro unidirecional de Pierson-Moskowitz. A onda foi gerada em uma profundidade constante de 0,47 m e depois empinada ao longo de uma rampa com declividade 1:20. A variação de ondas ao longo da rampa foi medida com a ajuda de uma série de sensores de nível, cuja localização e geometria são mostradas na Figura 22. Estes sensores foram colocados a uma distância desde o início da rampa de ($x = 0,0; 2,4; 3,4; 4,4; 5,4; 5,9; 6,4; 6,9; 7,4; 7,9; 8,4$ e $8,9$).

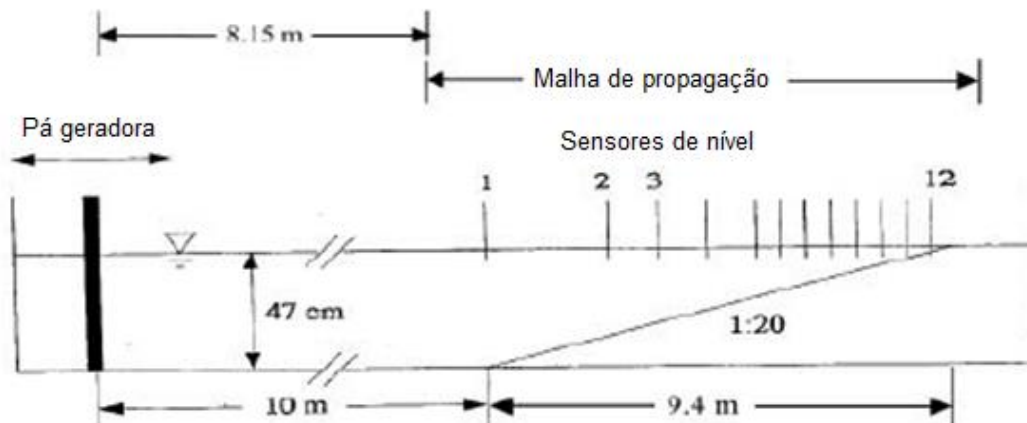


Figura 23 – Perfil Experimental (de MASE; KIRBY, 1992).

5.2.2 Comparação entre os testes e o modelo OLUCA-SP

A comparação entre o modelo físico e numérico foi realizada a partir do caso 1 de Mase e Kirby (1992). Teste no qual se dispõe da altura significativa de onda obtida a partir das séries temporais da superfície livre nos sensores.

Foram utilizados os dados medidos no sensor externo para gerar o espectro frequencial de entrada do modelo, o qual foi dividido em 50 componentes (aplicando o programa SPEC2_0). Na Figura 24 pode ser visto o espectro de entrada.

Para modificar a batimetria, foi gerada uma malha de 230 x 10 pontos, espaçados ($DXR = 0,05m$ e $DYR = 0,1m$), começando a 8,15 metros da pá (1,85m antes do início da rampa).

Dado que o modelo OLUCA-SP permite três opções diferentes de dissipação por quebra (seção 2.5), foram aplicados os três modelos variando os parâmetros de calibração, os quais são apresentados na Tabela 2.

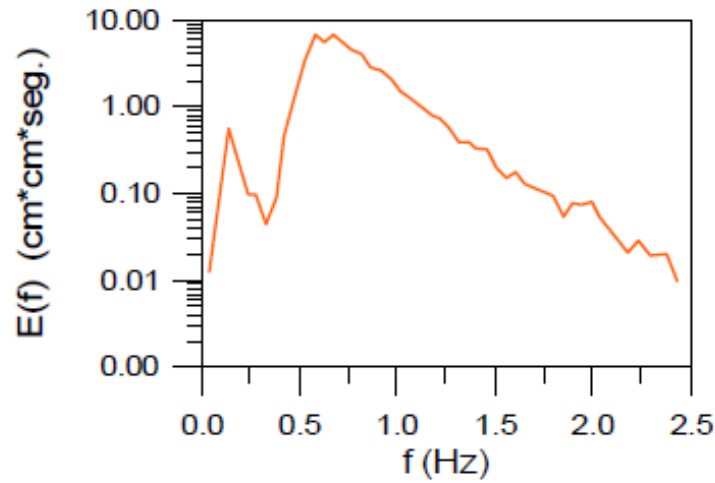


Figura 24 – Espectro frequencial incidente.

Tabela 2 – Modelos de dissipação e parâmetros de calibração.

Modelo de Dissipação	B Equação (66)	γ Equação (66)	aa1 Equações (59), (60)	bb1 Equações (59), (60)	α_1 Equação (63)	K_7 Equação (73)
<i>Thornton e Guza (1983)</i> <i>Equação (93)</i>	0,8 1,0 1,5	0,6 0,6 0,6	- - -	- - -	- - -	- - -
<i>Battjes e Janssen (1978)</i> <i>Equação (93)</i>	-	-	0,5 0,39	0,4 0,56	0,8 1,0 1,25 0,8 1,0 1,25	-
<i>Winyu e Tomoya (1998)</i> <i>Equação (93)</i>	-	-	-	-	-	0,10 0,11

O modelo de Thornton e Guza (1983) foi aplicado com um valor constante de ($\gamma = 0,6$), variando o parâmetro (B) associado ao tipo de quebra. Na Figura 25 pode ser visto que para o valor recomendado por Kirby *et. al.* (1994) ($B = 1,0$) é obtida a melhor representação da altura significativa de onda ao longo da praia. Também é visto que o último ponto medido aparece por cima da curva, isso se deve ao fato desse ponto se encontrar afetado pela elevação do nível médio ou “set-up”, fenômeno não incluído dentro do modelo de propagação OLUCA-SP. A partir destes testes e outros mais adiante, dentro do modelo OLUCA-SP foram deixados como parâmetros fixos ($\gamma = 0,6$ e $B = 1,0$).

Em relação ao modelo de dissipação de Battjes e Janssen (1978) foram tomados dois tipos de critério de quebra, representados pelo parâmetro γ das equações (59) e (60). O proposto por Battjes e Stive (1985) com: $aa1 = 0,5$ e $bb1 = 0,4$, e o proposto por Nairn (1990) com: $aa1 = 0,39$ e $bb1 = 0,56$. Para cada um destes critérios foi variado o parâmetro de calibração ($\alpha_1 = 0,8; 1$ e $1,25$) da equação (63). São mínimas as diferenças entre os critérios de γ , tal como é mostrado nas Figuras 26 e 27, os melhores resultados são obtidos com $\alpha_1 = 0,8$, mas com diferenças mínimas em relação à $\alpha_1 = 1,0$ (valor recomendado em campo por Battjes e Stive, 1985). No modelo OLUCA-SP foi fixado internamente ($\alpha_1 = 1,0$) e o γ associado a Nairn (1990), visto que inclui dados de campo de baixa esbeltez de onda.

Em relação à calibração com o terceiro modelo de dissipação de Winyu e Tomoya (1998) foram realizadas várias combinações com os parâmetros K_5 , K_6 , K_7 (equações (68), (72) e (73)). Obtendo-se os melhores ajustes com a mesma combinação de parâmetros propostos por seus autores ($K_5 = 0,1$, $K_6 = 1,6$, $K_7 = 0,1$), os quais foram deixados como fixos dentro do OLUCA-SP. Como exemplo, na Figura 28 aparece a altura significativa de onda medida e calculada para ($K_7 = 0,1$ e $0,11$), mantendo constante ($K_5 = 0,1$ e $K_6 = 1,6$).

Os parâmetros de calibração propostos pelos diferentes autores foram muito bem ajustados aos dados medidos, com o que foram definidos os parâmetros padrões dentro do OLUCA-SP. Em geral, pode ser concluído que os três modelos de dissipação por quebra de ondas implementados no OLUCA-SP representam muito bem a evolução da altura significativa de onda em uma rampa horizontal.

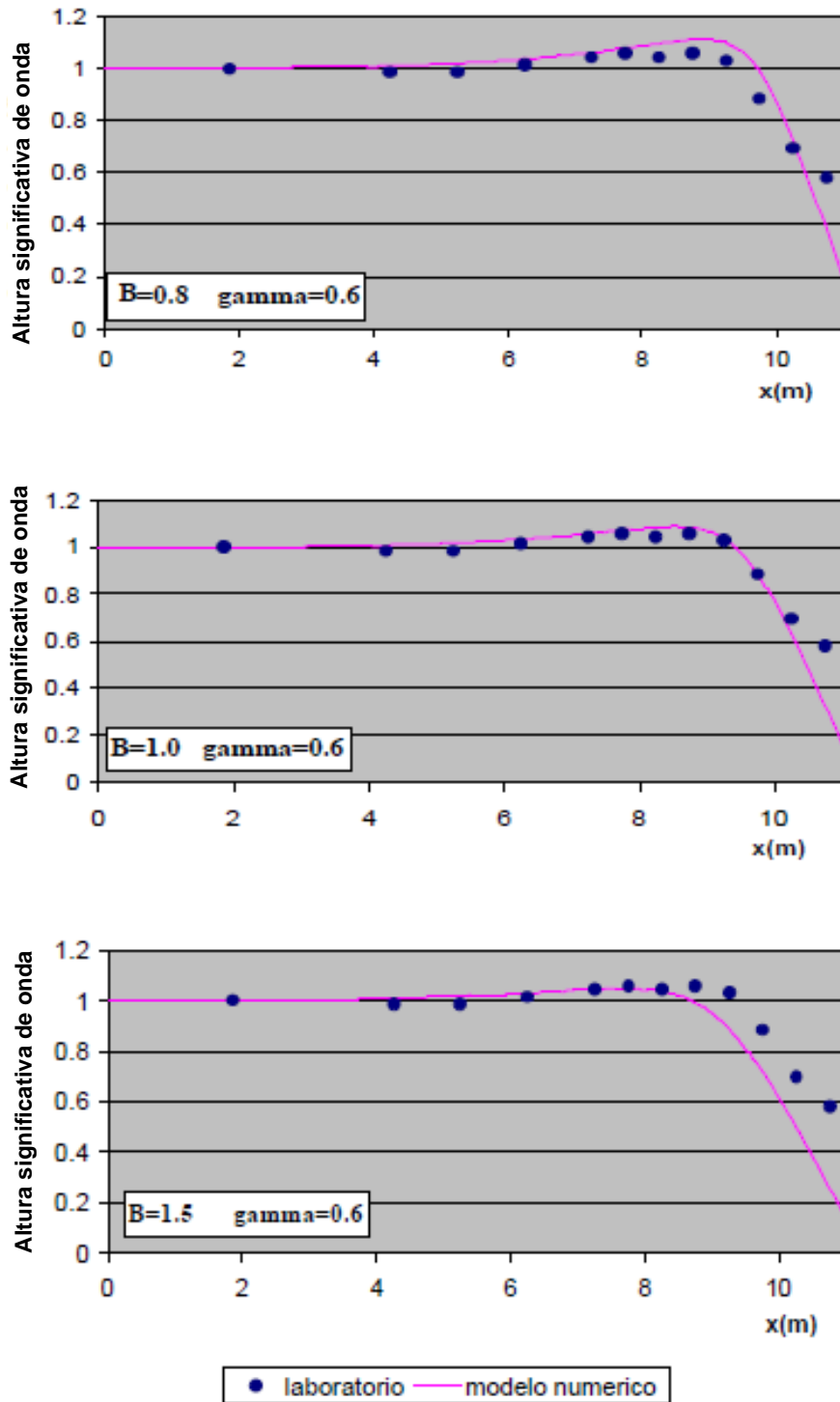


Figura 25 – Modelo de dissipação por quebra de Thornton e Guza (1983). Calibração do parâmetro ($B = 0,8, 1,0$ e $1,5$) e $\gamma = 0,6$ (fixo), equação (66).

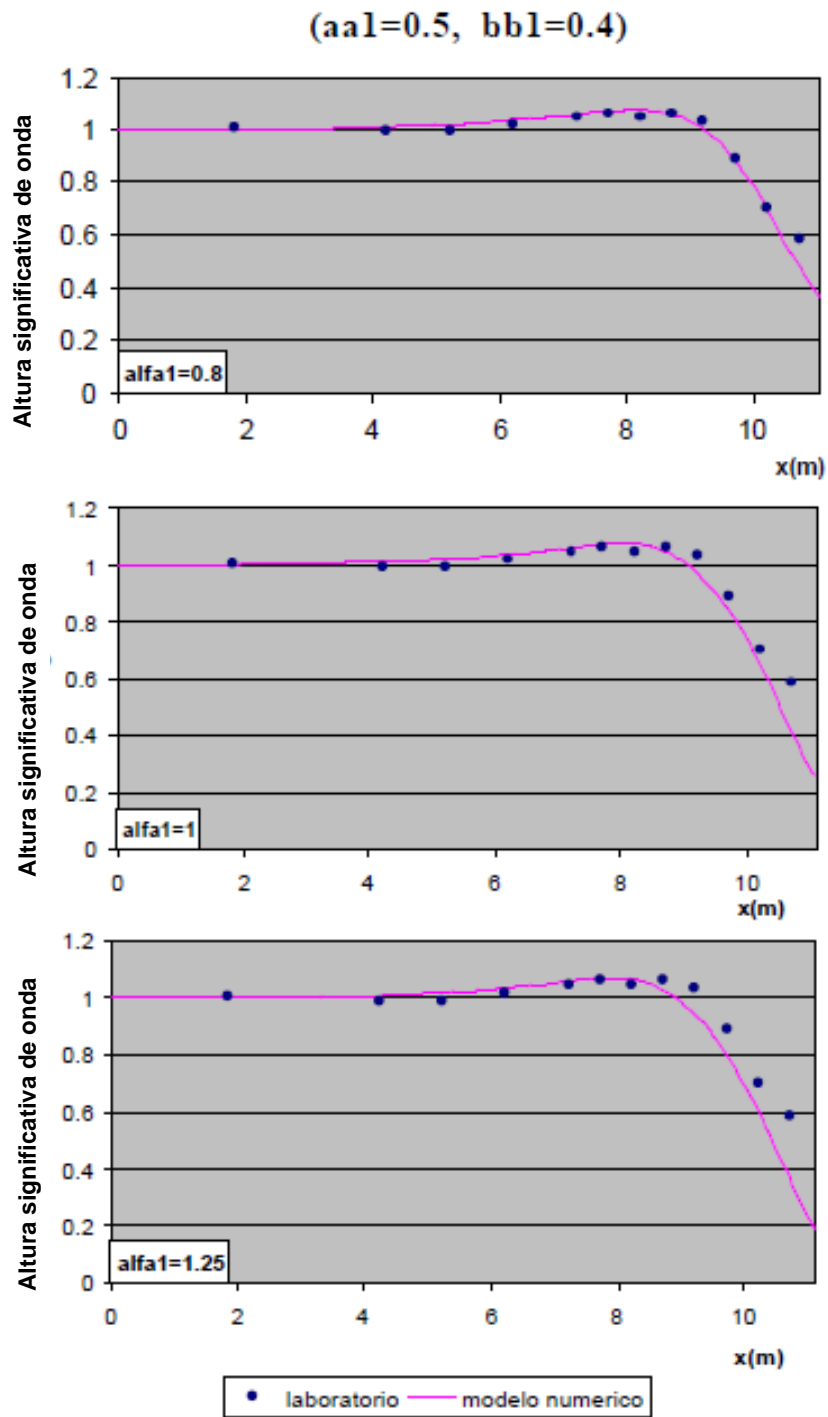


Figura 26 – Modelo de dissipação por quebra de Battjes e Janssen (1978). Calibração do parâmetro γ ($aa1 = 0,5$, $bb1 = 0,4$) equação (59) de Battjes e Stive (1985) e parâmetro ($\alpha1 = 0,8$; $1,0$ e $1,25$).

($aa1=0.39$, $bb1=0.56$)

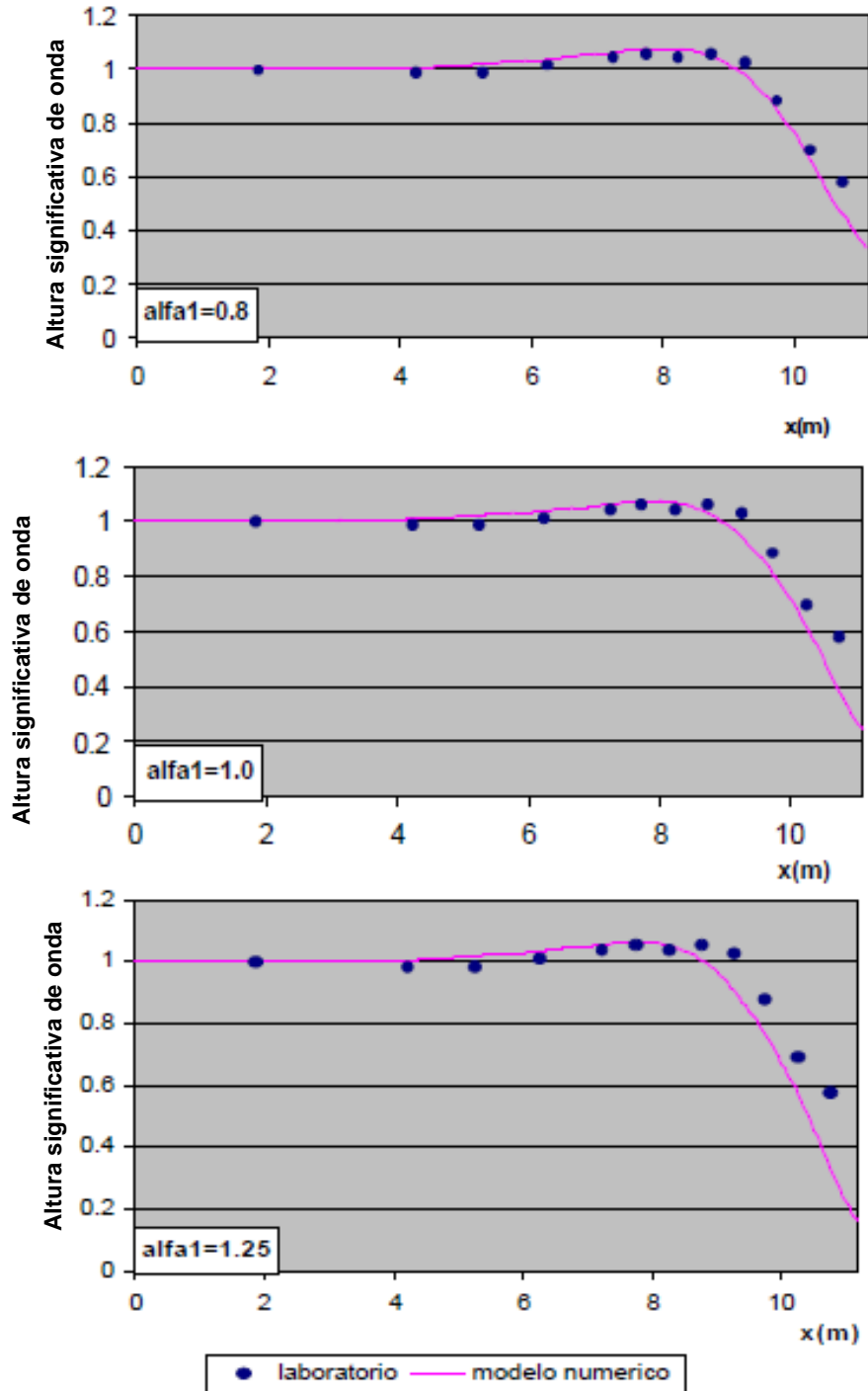


Figura 27 – Modelo de dissipação por quebra de Battjes e Janssen (1978). Calibração do parâmetro γ com ($aa1 = 0,39$, $bb1 = 0,56$), equação (60) modelo Nairn (1990) e o parâmetro ($\alpha_1 = 0,8$; 1,0 e 1,25).

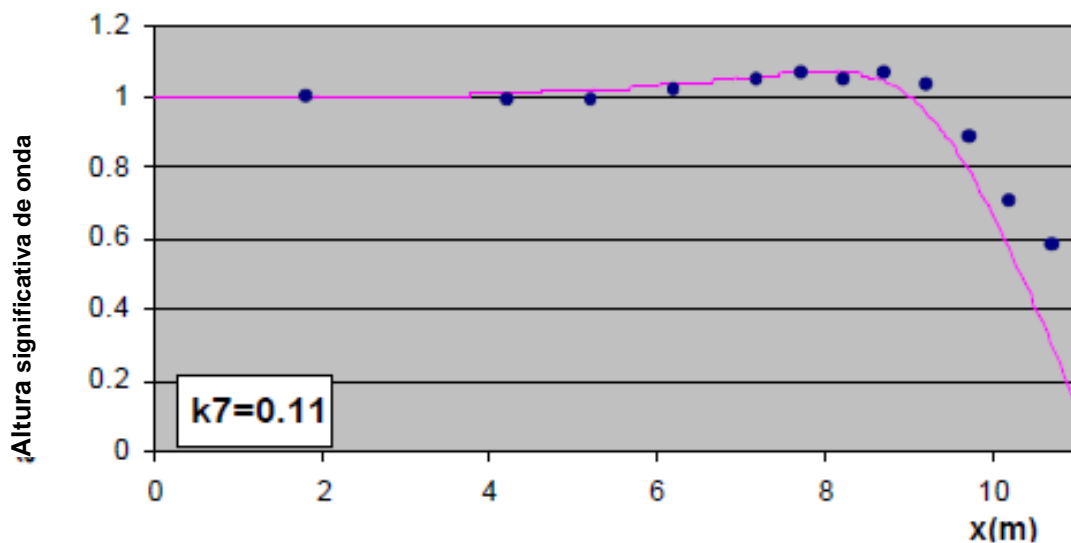
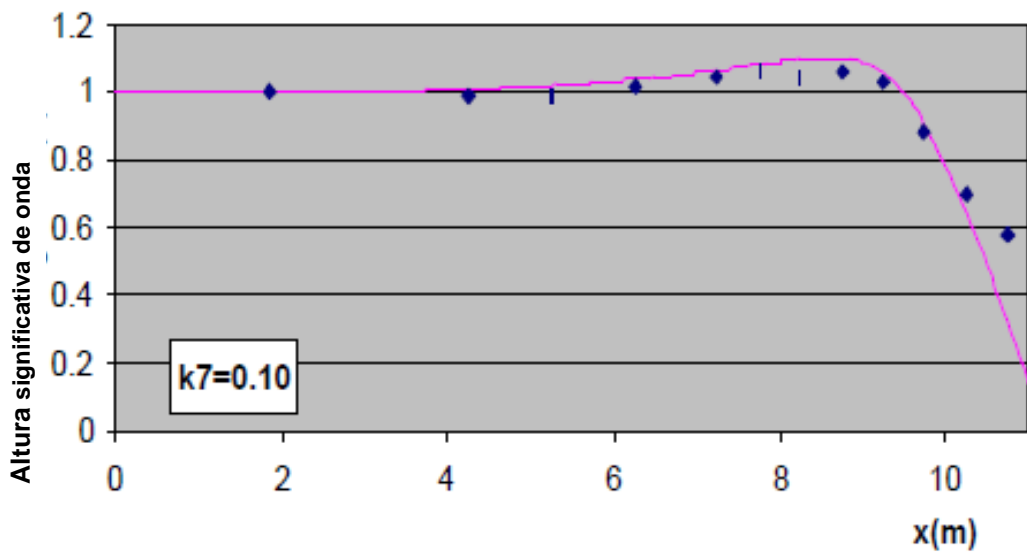


Figura 28 – Modelo de dissipação por quebra de Winyu e Tomoya (1998). Calibração do parâmetro ($K7 = 0,10$ e $0,11$) equação (73) de Goda. Com ($K5 = 0,1$ e $K6 = 1,6$) fixos.

5.3 Espectro bidimensional sobre um banco elíptico (Vincent e Briggs, 1989)

5.3.1 Características do teste

Utilizando um gerador de ondas espectral direcional (DSW6), composto de 60 pás, Vincent e Briggs (1989) realizaram uma série de testes em um tanque de 35m x 29m. Foi propagada uma onda irregular utilizando espectros bidimensionais, os quais foram gerados a partir de espectros frequenciais TMA (equação (85)), e funções de

dispersão direcional (equação (89)). A onda irregular foi propagada sobre um banco em forma elíptica cujo centro foi localizado em $x = 6,10\text{m}$ e $y = 13,72\text{m}$. O banco elíptico tinha um raio maior de $3,96\text{m}$ e um raio menor de $3,05\text{m}$. No centro do banco foi localizada a profundidade mínima com $0,152\text{m}$ e fora do banco uma profundidade máxima constante de $0,457\text{m}$. Ver a configuração do teste e localização dos 9 perfis de sensores de nível na Figura 29 (expressões para o parâmetro do banco e de taludes dos testes são dadas em Vincent e Briggs, 1989).

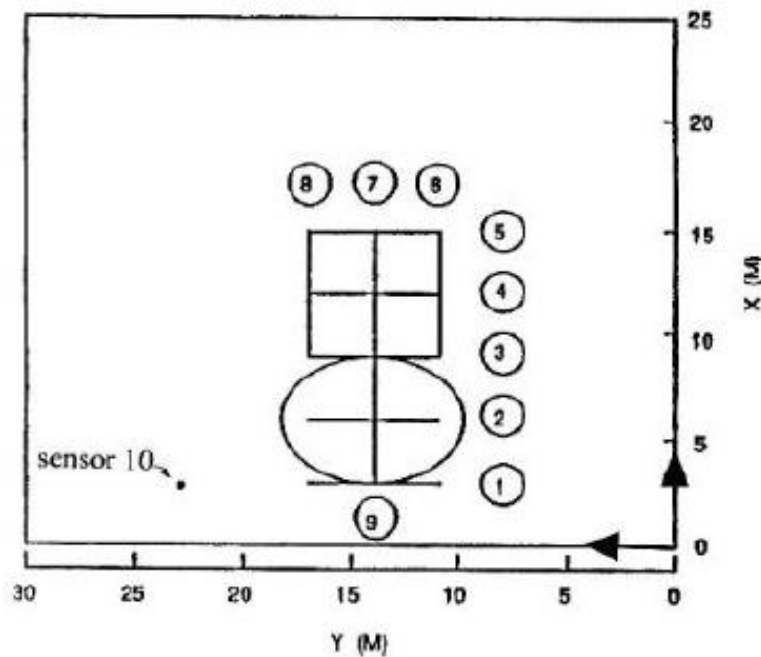


Figura 29 – Configuração do teste de propagação de ondas sobre um banco elíptico. Testes de Vincent e Briggs (1989).

5.3.2 Comparação entre os testes e o modelo OLUCA-SP

Dentro dos testes foram tomados 3 dos casos, dos quais o primeiro e o segundo (N4 e B4) não incluíam quebra de ondas sobre o banco, diferente do terceiro caso (B5), onde a quebra era importante. Na Tabela 3 são resumidos os parâmetros que definem os espectros de ondas.

Tabela 3 – Condições de ondas sobre o banco (VINCENT; BRIGGS, 1989).

Tipo de caso	Caso	T_p (seg.)	$Hs0$ (cm)	α	γ	σ_m (°)	θ_m (°)
Sem quebra	N4	1,3	2,54	0,00047	20	10	0
	B4	1,3	2,54	0,00047	20	30	0
Com quebra	B5	1,3	19,00	0,08650	2	30	0

Para cada um dos três casos, o espectro bidimensional foi subdividido em 10 componentes frequenciais x 20 componentes direcionais, com um total de 200 componentes propagados por espectro. Foi gerada uma malha de batimetria de (251 x 275) com uma resolução de (DXR = DYR = 0.1m).

Pelo fato de que a quebra não é um fenômeno importante nos casos N4 e B4, foi deixado como fixo o modelo de dissipação de Thornton e Guza (1983), diferente do caso B5, onde foram aplicados os três modelos de dissipação.

• **Caso N4 (espectro frequencial e direcional estreito)**

Para este primeiro caso denominado N4 por Vincent e Briggs (1989) foi propagado um espectro frequencial e direcional estreito, representado de maneira separada na Figura 30 ($\gamma = 20$ e $\sigma_m = 10^\circ$).

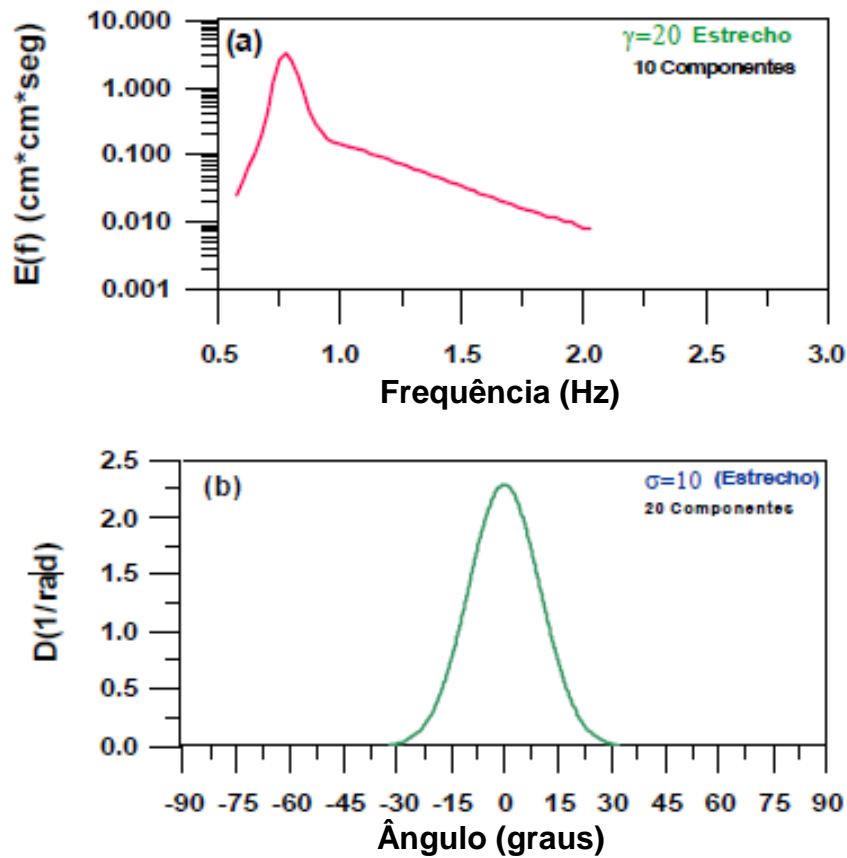


Figura 30 – Espectros propagados. Caso N4.

- (a) Espectro frequencial estreito ($H_{s0} = 2,54$ cm, $T_p = 1,3$ s, $\gamma = 20$)
- (b) Espectro direcional estreito ($\sigma_m = 10^\circ$, $\theta_m = 0^\circ$)

Na Figura 31 é apresentado como resultado do modelo espectral OLUCA-SP, a altura significativa de onda H_s , normalizada com a altura significativa de onda inicial H_{s0} ($K_s = H_s/H_{s0}$). De forma similar, na Figura 32 é apresentado um caso de propagação de ondas monocromáticas ($H = 2,54$ cm, $T = 1,3$ seg. e $\theta = 0^\circ$) aplicando o modelo OLUCA-MC. Como pode ser observado nestas figuras, o padrão geral de propagação entre uma onda estreita em frequência e direção é muito semelhante ao de uma onda monocromática. O modelo espectral mostra uma maior redistribuição de energia, a qual se manifesta em menores concentrações ($K_s \sim 1,8$) na zona posterior ao banco, e também na ausência de áreas radiais de maior e menor concentração de energia, que se manifestam atrás do banco no modelo monocromático.

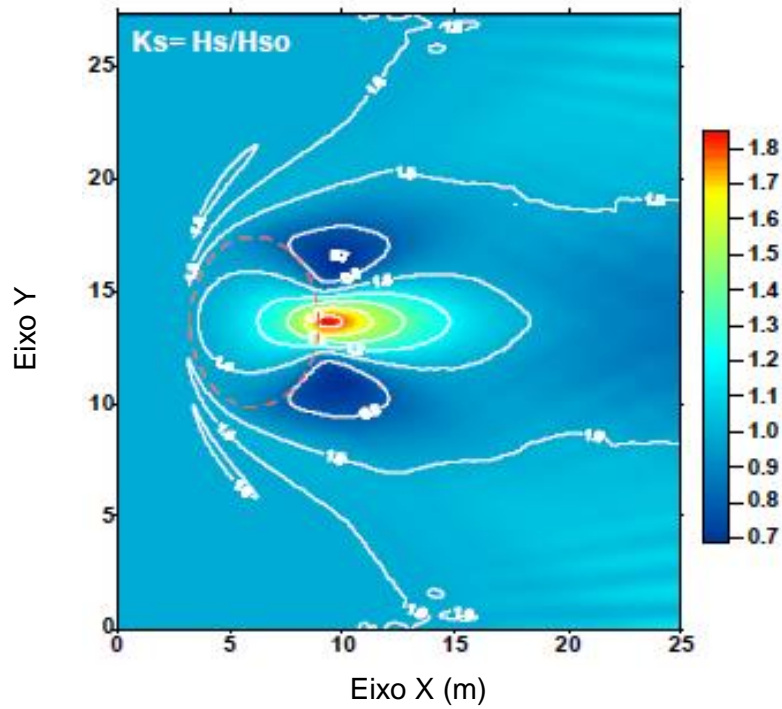


Figura 31 – Caso N4: Banco elíptico (Vincent e Briggs, 1989).
 Altura significativa de onda normalizada, modelo espectral
 OLUCA-SP.

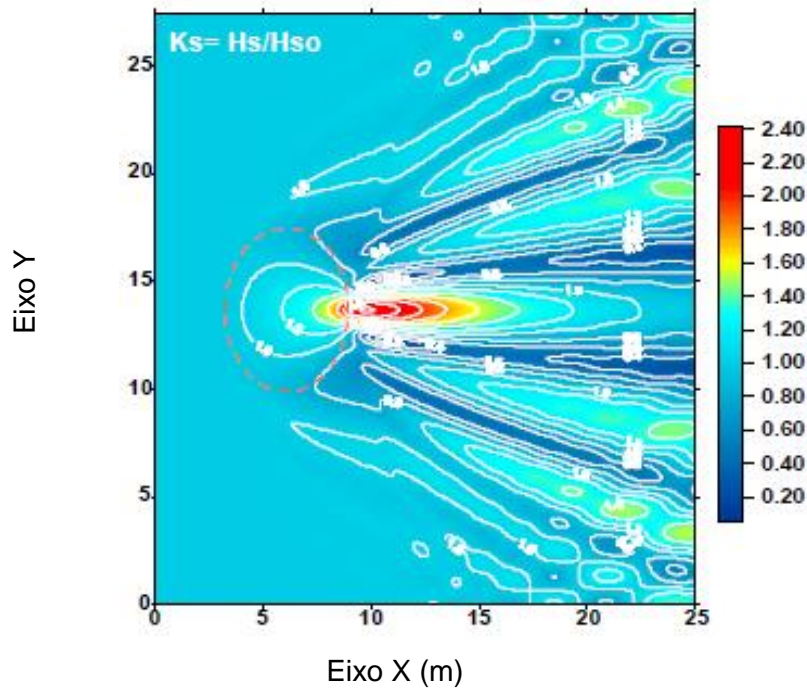


Figura 32 – Altura de onda monocromática normalizada.
 Modelo OLUCA-MC ($H_0 = 2,54$ cm, $T = 1,3$ s, $\theta_0 = 0^\circ$).

Na Figura 33 aparece a altura significativa de onda normalizada para dois perfis, um paralelo ao eixo Y no perfil 4 ($x = 12,2$ m) e outro paralelo ao eixo X no perfil 9 ($y = 110$

13,7m). Na Figura 33a são representados com pontos os dados medidos no laboratório e com linha contínua os resultados obtidos com o modelo OLUCA-SP. Nesta figura, é verificado um bom ajuste entre os dados medidos e calculados. Em 33b, é verificado o empinamento da altura de onda H_s sobre o banco e um suave decaimento posterior ao mesmo.

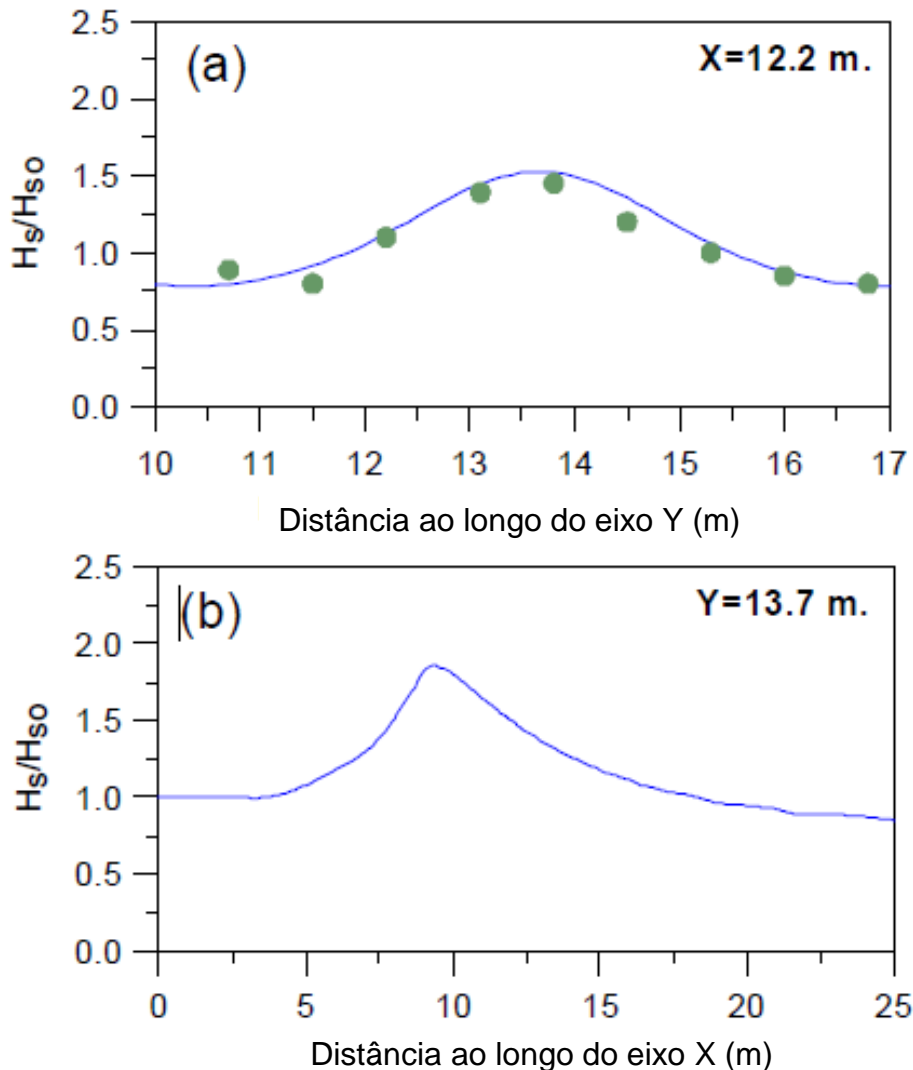


Figura 33 – Caso N4: Banco elíptico (VINCENT; BRIGGS, 1989). Altura significativa de onda normalizada: laboratório (•) e OLUCA-SP (linha contínua).
 (a) Perfil ao longo do eixo y em $x = 12,2\text{m}$; (b) Perfil ao longo do eixo x em $y = 13,7\text{m}$.

- **Caso B4 (espectro frequencial estreito e direcional largo)**

No caso B4 é propagado um espectro frequencial estreito ($y = 20$) junto a um direcional largo ($\sigma_m = 30^\circ$), representados na Figura 34.

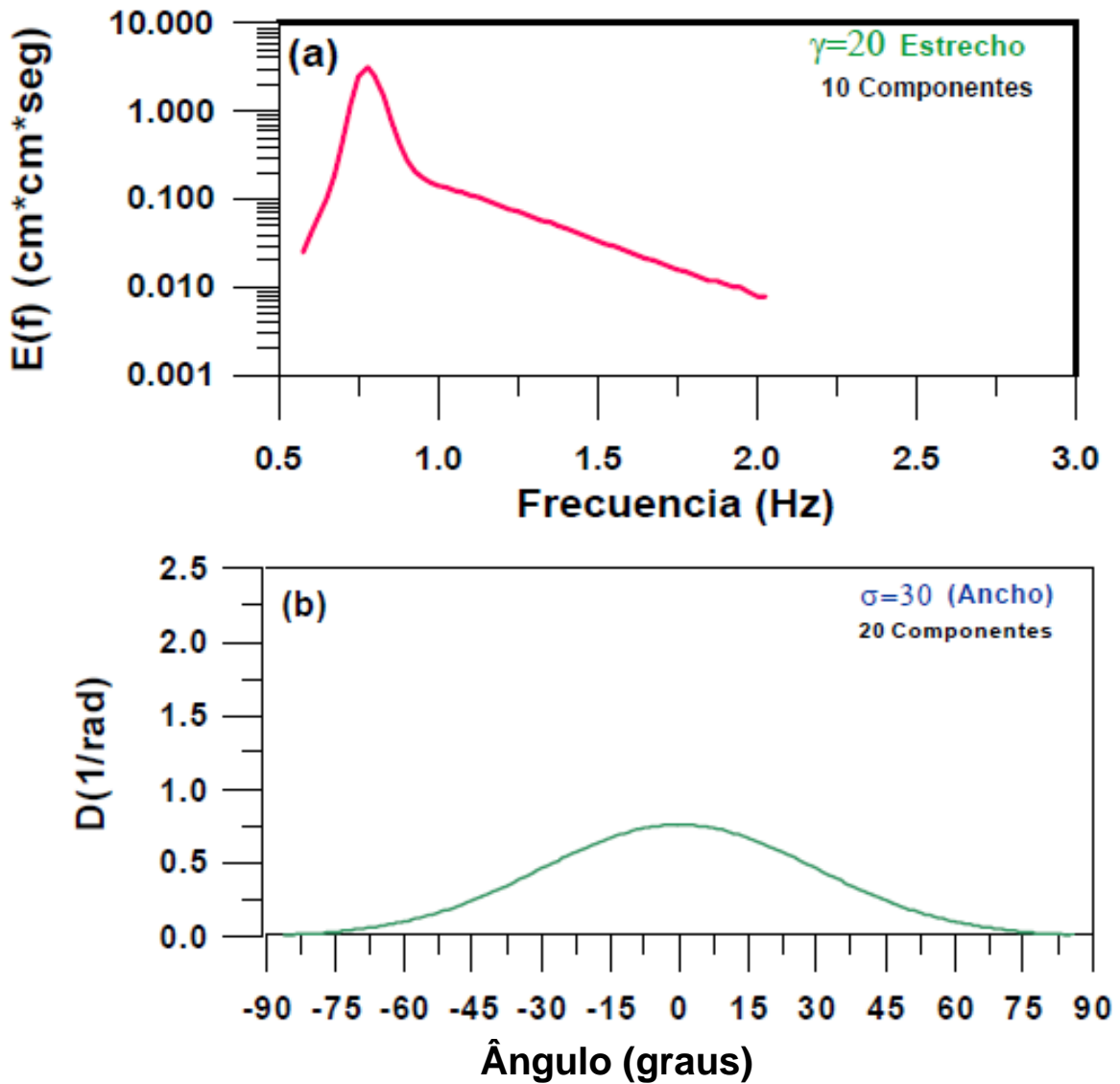


Figura 34 – Espectros propagados. Caso b4.
 (a) Espectro frequencial estreito ($H_{so} = 2,54$ cm, $T_p = 1,3$ s., $\gamma = 20$).
 (b) Espectro direcional largo ($\sigma_m = 30^\circ$, $\theta_m = 0^\circ$).

Na Figura 35, é apresentada a execução desse caso, representada através da altura da onda significativa normalizada (K_s), onde observa-se como o espectro direcional, por ser mais largo, se comparado ao caso anterior, redistribui a energia no domínio sem concentrar tanta energia depois do banco, alcançando valores máximos de ($K_s \sim 1,4$). Tal como destacado por Vincent e Briggs (1989).

A modo de comparação, na Figura 36 é representado o mesmo caso de onda monocromática propagada com o OLUCA-MC, onde obtêm-se valores de ($K_s \sim 2,4$), próximos ao dobro dos obtidos na propagação do espectro largo.

Da mesma forma que no caso anterior, na Figura 37 são representados os mesmos dois perfis para a altura significativa de onda normalizada. No perfil 4 em ($x = 12,2\text{m}$) confirma-se que o termo de dissipação por quebra permanece suficientemente pequeno em casos de pouca dissipação, sem alterar de maneira importante a magnitude de H_s . Nas Figuras 37a e b é visto como a onda de um espectro largo não gera concentrações tão importantes como são apresentadas no caso de onda estreita, caso N4 (Figura 33).

- **Caso B5 (espectro frequencial e direcional largo)**

No caso B5 de Vincent e Briggs (1989) é propagado um espectro largo tanto frequencial ($\gamma = 2$) quanto direcional ($\sigma_m = 30^\circ$), representados na Figura 38.

Nas Figuras 39, 40 e 41 são apresentadas as alturas significativas de onda normalizadas (K_s) para os modelos de dissipação por quebra: (38) Thornton e Guza (1983), (39) Battjes e Janssen (1978) e (40) Winyu e Tomoya (1998). Onde é observado que o comportamento em (38) e (39) é praticamente o mesmo, em ambos os casos a altura de onda é reduzida de maneira importante sobre o banco ($K_s \sim 0,60$), com um pequeno aumento posterior a este ($K_s \sim 0,75$). O modelo em (40) apresenta uma maior dissipação em relação aos anteriores.

Na Figura 42 é apresentado o K_s de uma onda monocromática ($H = 19\text{ cm}$, $T = 1,3$ segundos e $\theta_0 = 0^\circ$) propagada com o modelo OLUCA-MC. A dissipação sobre o banco é muito similar a dos modelos em (a) e (b), mas a onda monocromática de novo apresenta depois do banco, em toda largura do tanque, áreas de grande concentração ($K_s \sim 0,9$) e áreas de muito baixa concentração ($K_s \sim 0,2$), as quais não são apresentadas com a onda.

Nas Figuras 43, 44 e 45 são apresentados novamente dois perfis para cada modelo de dissipação, em $x = 12,2\text{m}$ e em $y = 14,5\text{m}$.

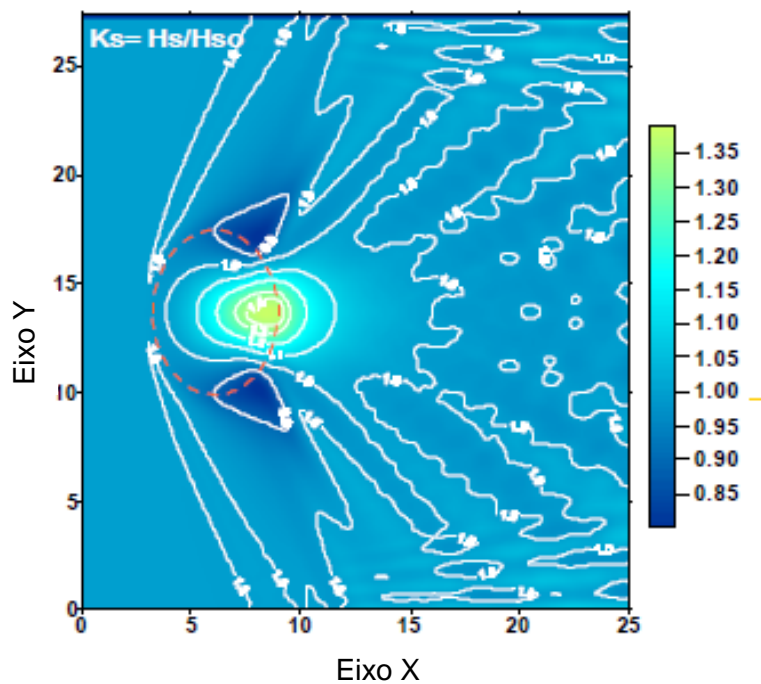


Figura 35 – Caso B4: Banco elíptico (Vincent e Briggs, 1989).
 Altura significativa de onda normalizada, modelo espectral
 OLUCA-SP.

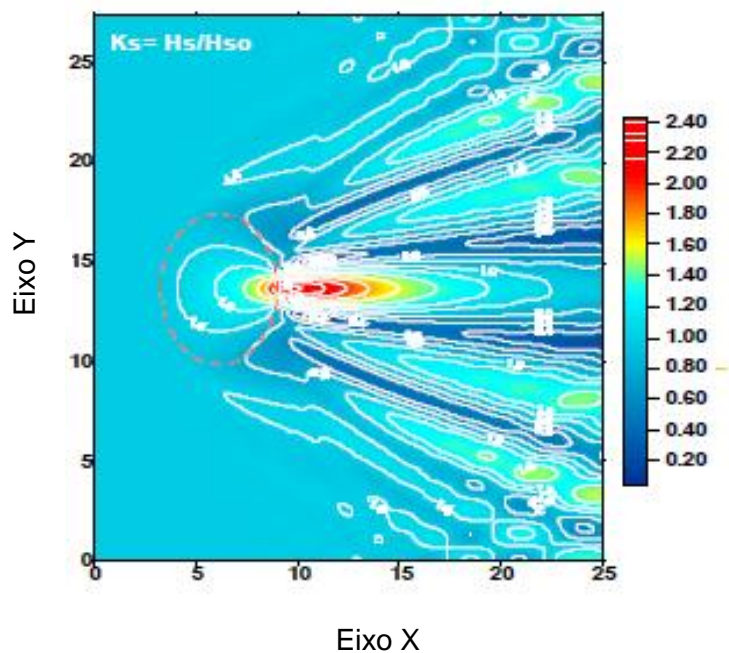


Figura 36 – Altura de onda monocromática normalizada.
 Modelo OLUCA-MC.

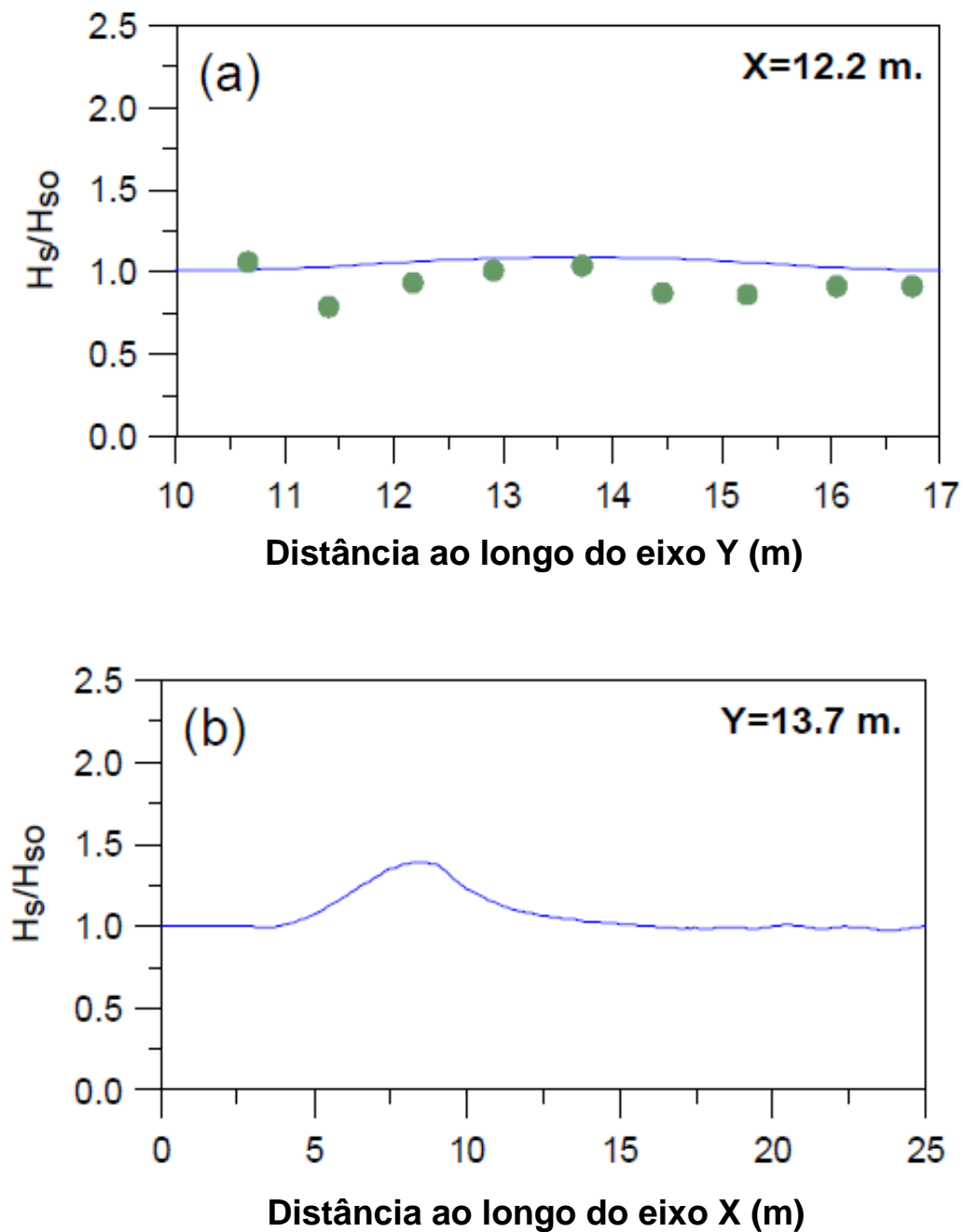


Figura 37 – Caso B4: Banco elíptico (VINCENT; BRIGGS, 1989). Altura significativa de onda normalizada: laboratório (•) e OLUCA-SP (linha contínua).
 (a) Perfil ao longo do eixo y em $x = 12,2m$; (b) Perfil ao longo do eixo x em $y = 13,7m$.

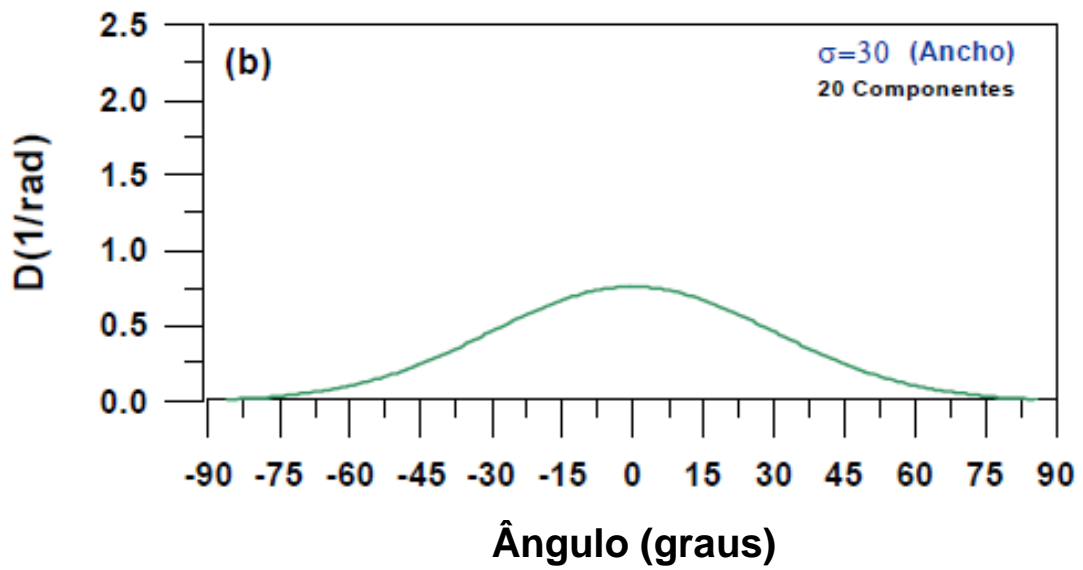
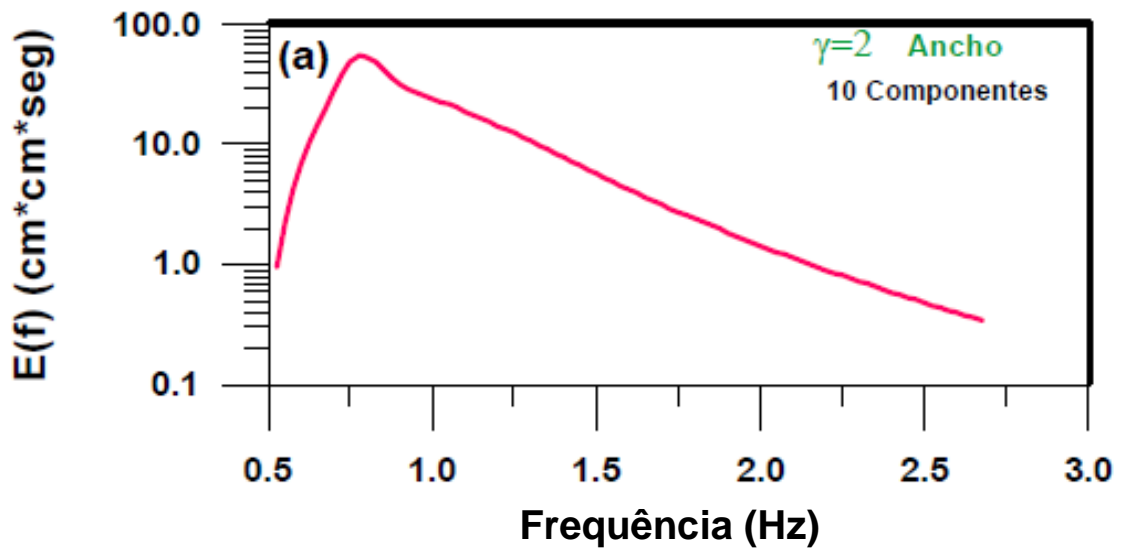


Figura 38 – Espectro propagado. Caso B5:
 (a) Espectro frequencial largo ($H_{S0} = 19$ cm, $T_p=1,3$ s, $\gamma = 2$)
 (b) Espectro direcional largo ($\sigma_m = 30^\circ$, $\theta_m = 0^\circ$)

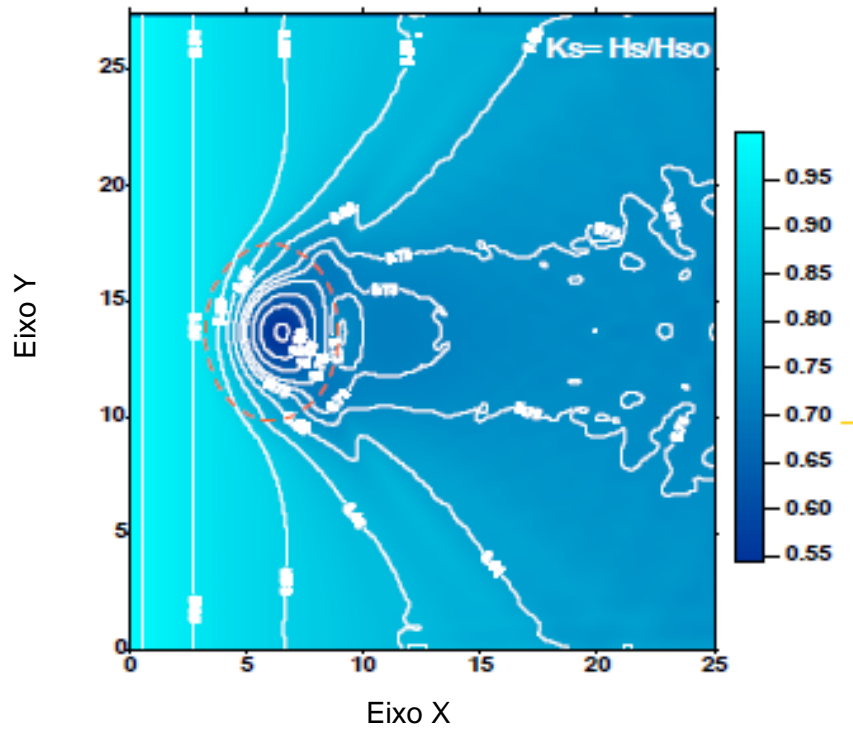


Figura 39 – Caso B5: Banco elíptico (VINCENT; BRIGGS, 1989). Altura significativa de onda normalizada, modelo espectral OLUCA-SP, com dissipação Thornton e Guza (1983). ($H_{S0} = 19$ cm, $T_p = 1,3$ s, $\gamma = 2$, $\sigma_m = 30^\circ$, $\theta_m = 0^\circ$).

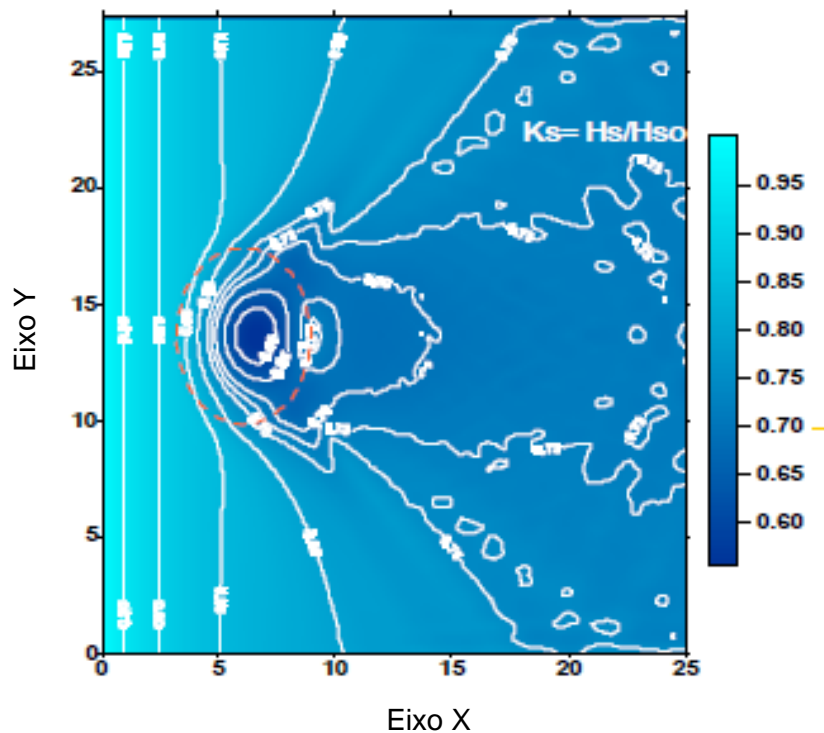


Figura 40 – Caso B5: Banco elíptico (VINCENT; BRIGGS, 1989). Altura significativa de onda normalizada, modelo espectral OLUCA-SP, com dissipação Battjes e Janssen (1978). ($H_{S0} = 19$ cm, $T_p = 1,3$ s, $\gamma = 2$, $\sigma_m = 30^\circ$, $\theta_m = 0^\circ$).

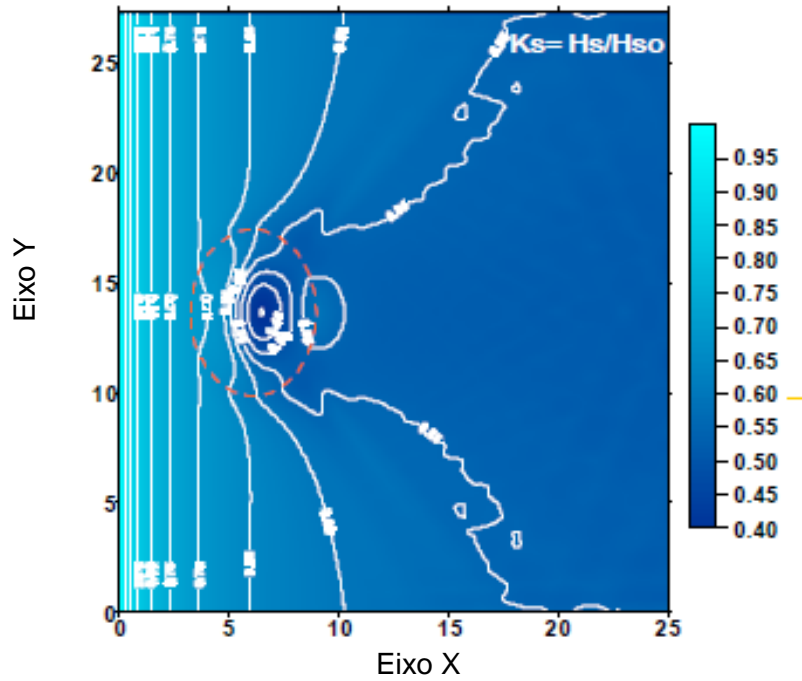


Figura 41 – Caso B5: Banco elíptico (VINCENT; BRIGGS, 1989).
 Altura significativa de onda normalizada, modelo espectral
 OLUCA-SP, com dissipação Winyu e Tomoya (1988). ($H_{S0} = 19$
 cm, $T_p = 1,3$ s, $\gamma = 2$, $\sigma_m = 30^\circ$, $\theta_m = 0^\circ$).

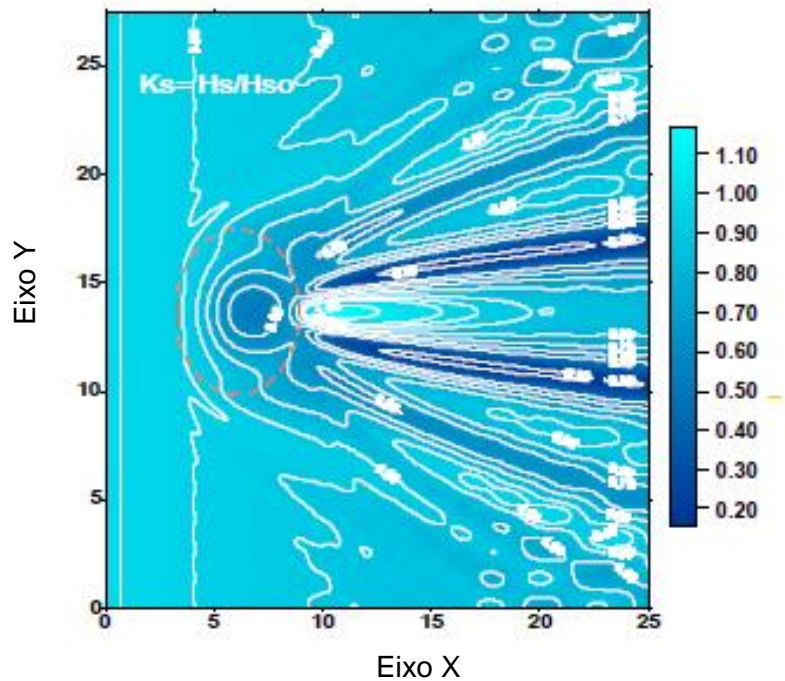


Figura 42 – Altura de onda monocromática normalizada,
 modelo OLUCA-MC ($H = 19$ cm, $T = 1,3$ s, $\theta_0 = 0^\circ$).

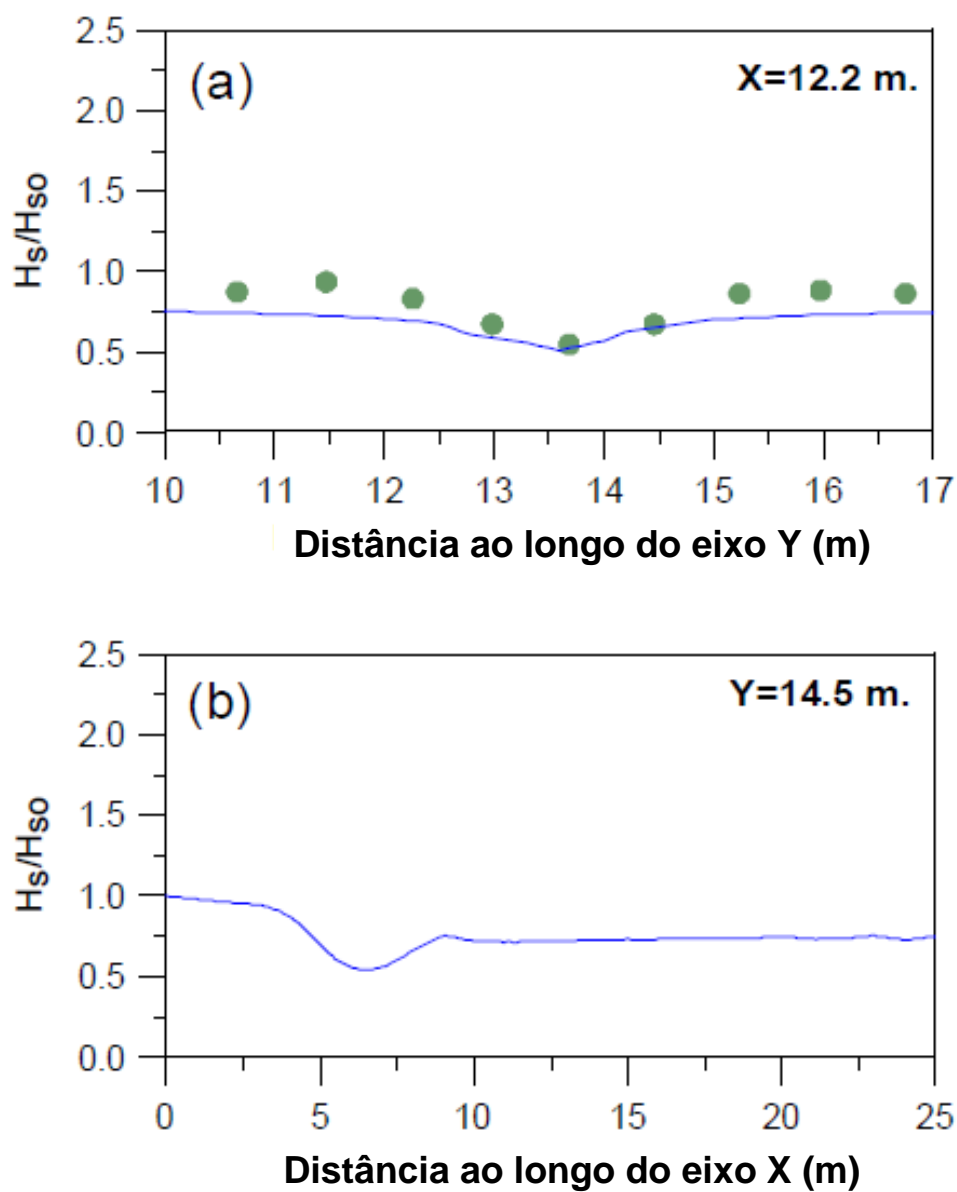


Figura 43a, b - Caso B5: Banco elíptico (VINCENT; BRIGGS, 1989). Altura significativa de onda normalizada, laboratório (•) e OLUCA-SP, com dissipação de Thornton e Guza (1983) (linha contínua).

- (a) Perfil ao longo do eixo y em $x = 12,2$ m;
- (b) Perfil ao longo do eixo x em $y = 14,5$ m.

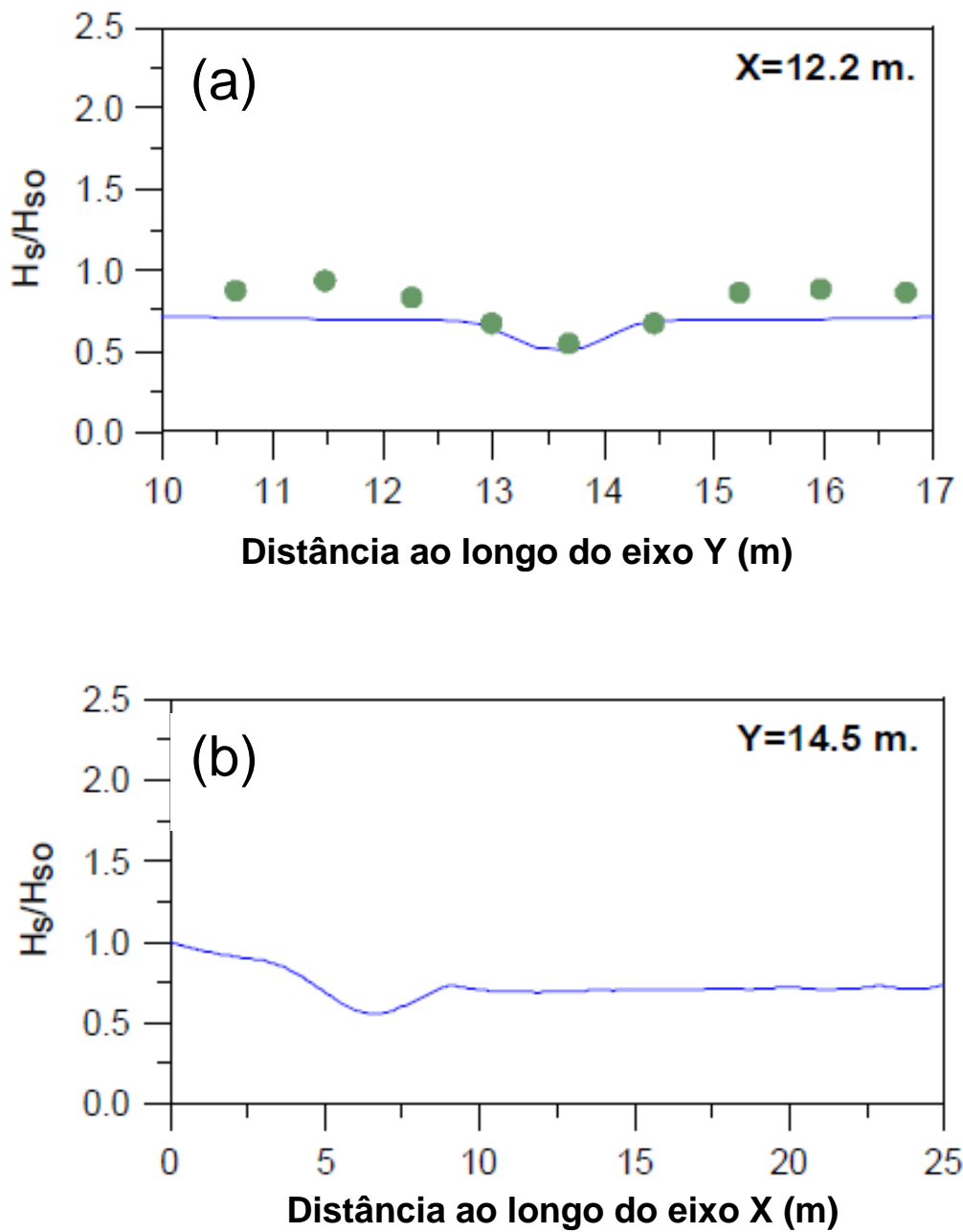


Figura 44a, b – Caso B5: Banco elíptico (VINCENT; BRIGGS, 1989). Altura significativa de onda normalizada, laboratório (•) e OLUCA-SP, com dissipação de Battjes e Janssen (1978) (linha contínua).

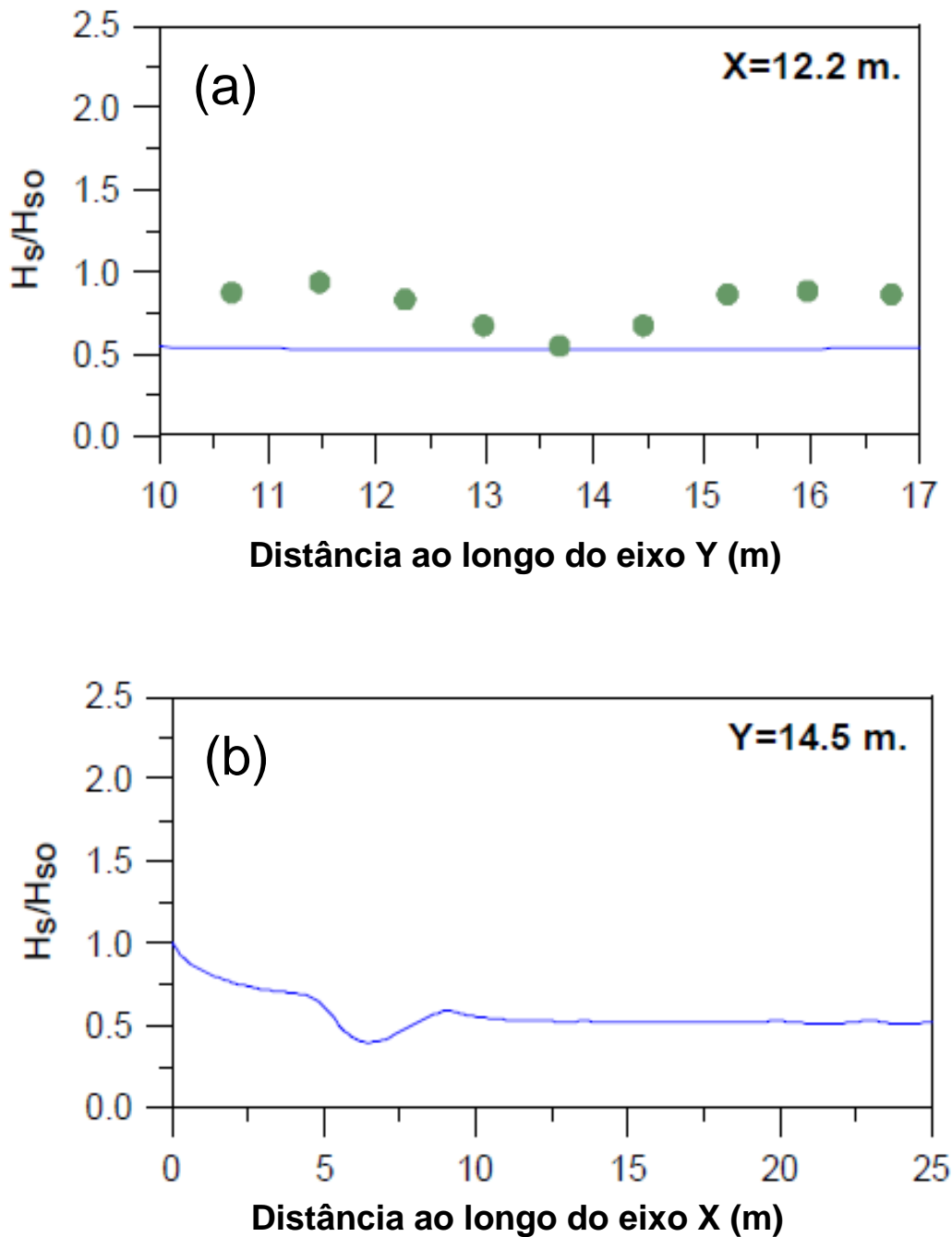


Figura 45a, b - Caso B5: Banco elíptico (VINCENT; BRIGGS, 1989). Altura significativa de onda normalizada, laboratório (•) e OLUCA-SP, com dissipação de Winyu e Tomoya (1998) linha contínua).

(e) Perfil ao longo do eixo y em $x = 12,2$ m;
 (f) Perfil ao longo do eixo x em $y = 14,5$ m.

Nos perfis que são comparados com dados medidos, não se apresenta uma representação tão boa quanto nos casos anteriores, devido ao fato de que o modelo espectral não inclui interação onda-onda e dissipação por direções, as quais são muito importantes para modelar ondas quebrando simultaneamente com frentes cruzadas na

forma de tranças. No entanto, os modelos (a) – (b) Thornton e Guza (1983) e (c) – (d) Battjes e Janssen (1978) mostram um comportamento muito semelhante e não muito distante dos dados medidos.

Dos ensaios anteriores com os testes de Vincent e Briggs (1989) pode ser concluído que o modelo OLUCA-SP representa muito bem as magnitudes e o padrão geral das alturas significativas de onda em casos onde são apresentadas a refração-difração, com ou sem quebra.

5.4 Espectro bidimensional sobre um banco circular (Chawla, 1995)

5.4.1 Características do teste

Em um tanque de 18m x 18,2m e um gerador com 34 pás, Chawla (1995) realizou uma série de testes de propagação de ondas. Os testes foram realizados sobre um fundo plano, com um banco em forma circular. Foi instalada uma série de sensores de nível em perfis sobre e atrás do banco: um perfil longitudinal (A-A) e seis perfis transversais (B-B, C-C, D-D, E-E, F-F e G-G), cuja localização é mostrada na Figura 46. O centro do banco circular foi localizado em $x = 5\text{m}$ e $y = 8,98\text{m}$, com um raio de 2,57m e uma profundidade máxima no centro do banco de $h = 3\text{ cm}$. Fora do banco, o fundo era horizontal com uma profundidade de $h = 40\text{ cm}$. Para mais detalhes sobre os testes, consultar Chawla (1995) e Chawla *et. al.* (1998).

5.4.2 Comparação entre os testes e o modelo OLUCA-SP

Nos testes realizados por Chawla (1995) foram propagados espectros bidimensionais, compostos de um espectro frequencial do tipo TMA, equação (85) e uma função de dispersão direcional, equação (89). Para a validação do modelo foram utilizados dois destes testes: O teste 3 com um espectro frequencial (Estreito e de baixa energia) e uma função direcional também estreita (ver os parâmetros na Tabela 4).

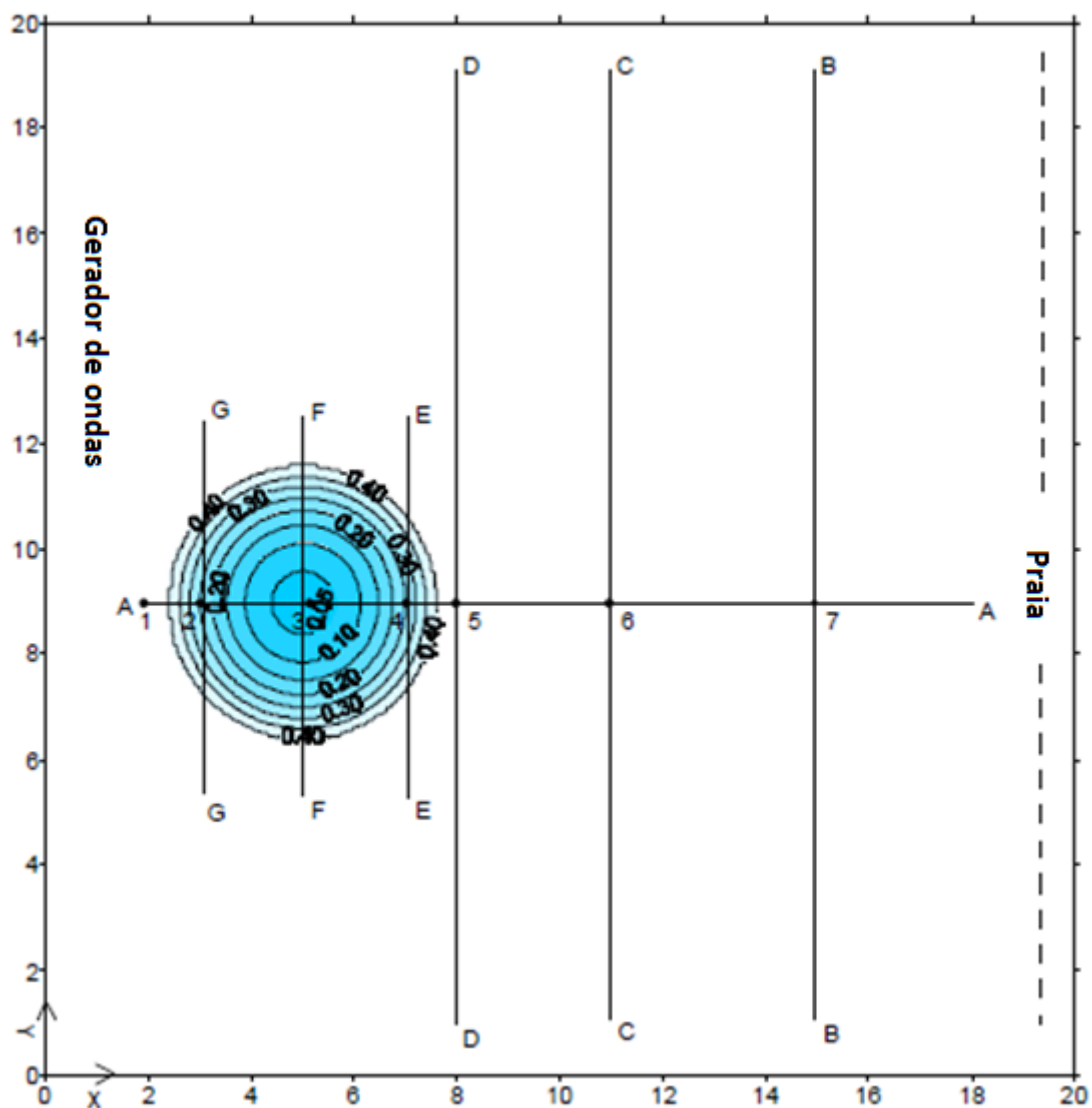


Figura 46 – Esquema em planta do tanque e localização de perfis de maré. Testes Chawla (1985).

No segundo teste (teste 6) foi propagado um espectro frequencial muito similar ao anterior, mas com maior energia, junto com uma função direcional larga.

Na Figura 47 são mostrados os espectros frequenciais que foram utilizados como entrada ao modelo OLUCA-SP. Da mesma maneira, as funções de distribuição direcionais são mostradas na Figura 48.

Tabela 4 – Parâmetros espectrais, teste banco circular Chawla (1995).

Número do teste	T_p (seg.)	T_p (seg.)	γ	σ_m (°)	θ_m (°)
3	0.73	1.39	10	5	0
6	0.71	2.49	10	20	0

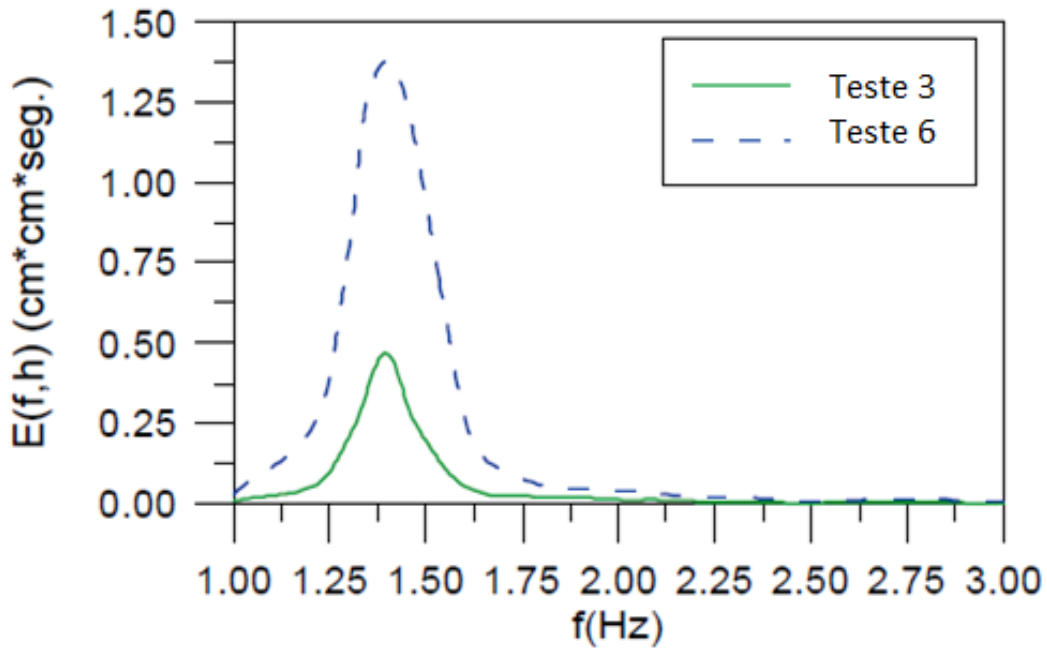


Figura 47 – Espectros frequenciais de entrada ao OLUCA-SP, testes (3 e 6) de Chawla (1995) em um banco circular.

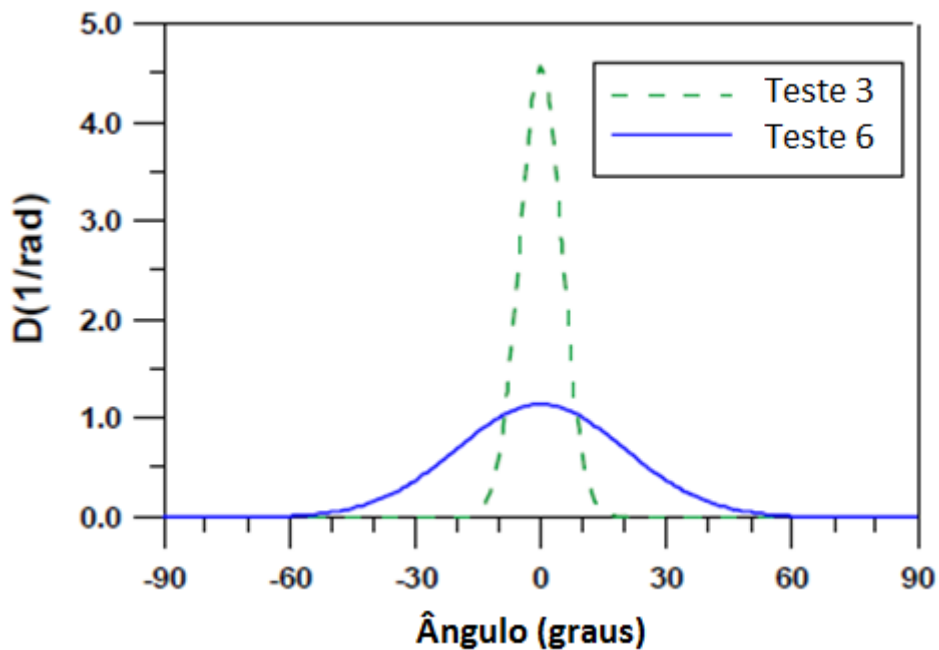


Figura 48 – Funções de distribuição direcional de ondas, entrada ao OLUCA-SP, testes (3 e 6) de Chawla (1995) em um banco circular.

Cada um dos espectros bidimensionais incidentes foi discretizado em 30 componentes frequenciais x 30 componentes direcionais (900 componentes por caso). O domínio foi discretizado em uma malha de 161 linhas x 181 colunas, com um tamanho de malha de ($DXR = DYR = 0,10\text{m}$). Como parâmetros de comparação são

utilizados a altura significativa de onda H_s e os espectros frequenciais em diferentes pontos do domínio.

- **Caso 3 (espectro direcional estreito)**

Para este caso com menor energia no espectro frequencial e função direcional estreita, nas Figuras 49 e 50 aparecem: (a) a superfície livre das ondas e (b) as isolinhas de altura significativa de onda normalizada. Visto que a onda é direcionalmente estreita, é observado como o banco gera uma marcação padrão de refração e difração nas ondas. Por outro lado, pelo fato do espectro frequencial ser de baixa energia, é observado na Figura 50 como na parte posterior ao centro do banco ocorre o empinamento da onda até o valor ($Ks \sim 2,6$), para começar a diminuir devido à dissipação através da rebentação.

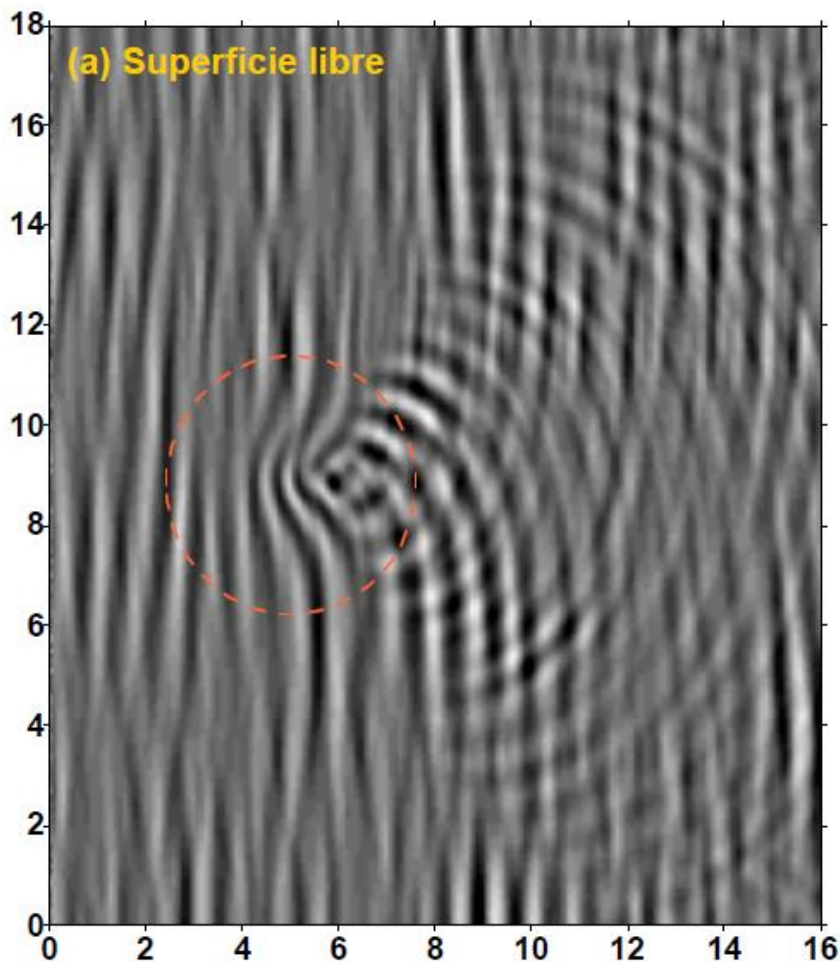


Figura 49 – Teste 3 (menos energia e função dir. Estreita). Banco circular Chawla (1995). Superfície livre de ondas, aplicando o modelo de dissipação de Thornton e Guza (1983).

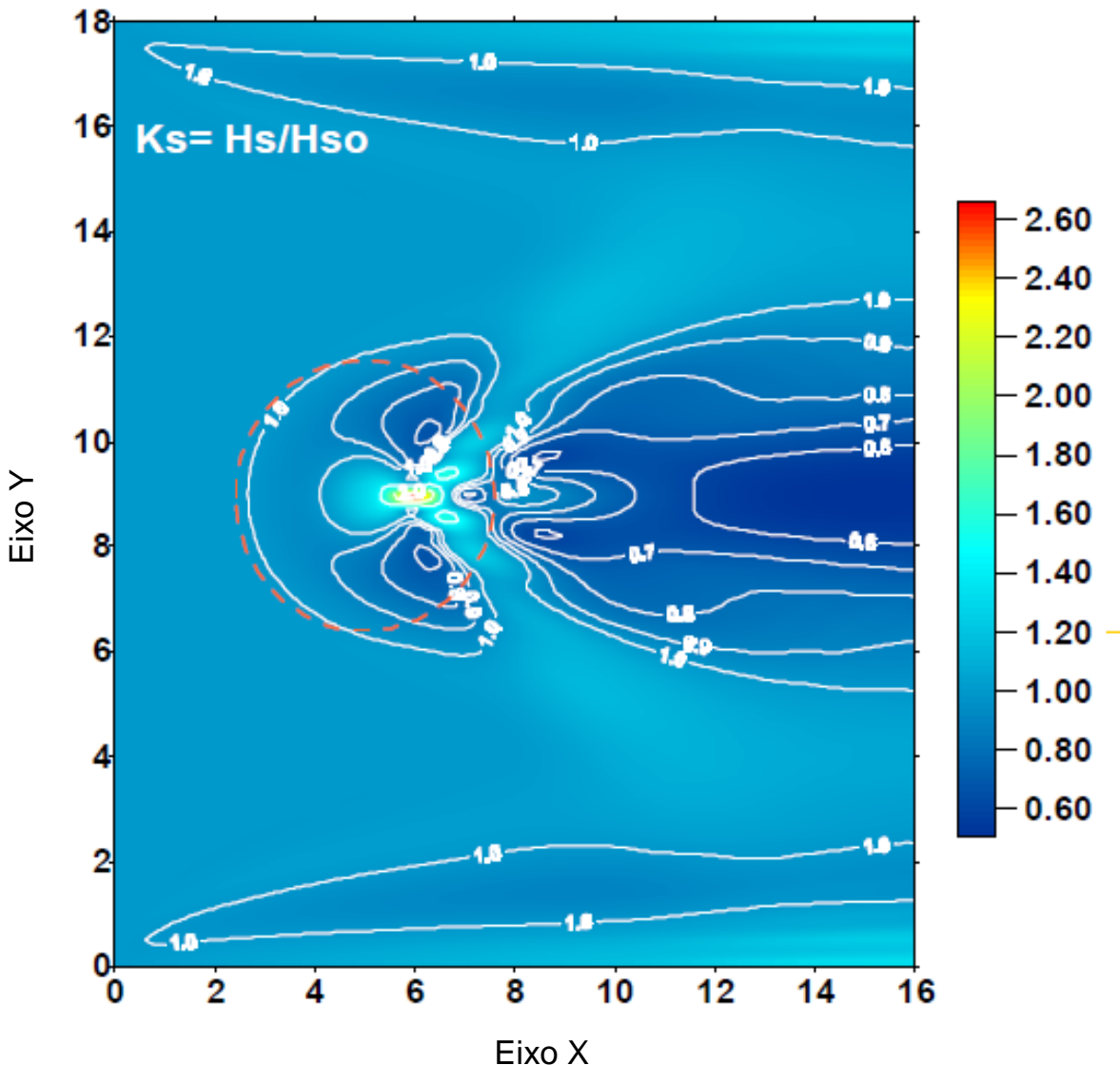


Figura 50 – Teste 3 (menos energia e função de dir. Estreita). Banco circular Chawla (1995). Altura significativa de onda normalizada, aplicando o modelo de dissipação de Thornton e Guza (1983).

Nas Figuras 51 a 55 são comparados os dados medidos no laboratório e os resultados do modelo OLUCA-SP para os perfis de altura significativa de onda normalizada ($K_s = H_s/H_{s0}$). Estes resultados são apresentados para os diferentes modelos de dissipação por quebra, nas seguintes figuras:

(a) Modelo de Thornton e Guza (1983) com ($B = 1,0$ e $y = 0,6$) (Figura 51);

(a) Modelo de Battjes e Janssen (1978) com ($aa_1 = 0,39$, $bb_1 = 0,56$ e $\alpha_1 = 1$) (Figura 52);

(c) Battjes e Janssen com $aa_1 = 0,5$, $bb_1 = 0,4$ e $\alpha_1 = 1$ (Figura 53);

(d) Battjes e Janssen com $aa_1 = 0,5$, $bb_1 = 0,4$ e $\alpha_1 = 0,8$ (Figura 54);

(e) O modelo de Winyu e Tomoya (1998) com ($K_5 = 0,1$, $K_6 = 1,6$ e $K_7 = 0,1$) (Figura 55).

No modelo OLUCA-SP foram definidos como parâmetros padrões dos diferentes modelos, os correspondentes às Figuras 51(a), 53(c) e 55(e), que correspondem aos recomendados pelos seus autores.

Como se pode observar nestas figuras, todos os modelos de dissipação representam muito bem os dados medidos, sem apresentar grandes diferenças em relação aos seus resultados. É na área de máxima concentração de ondas que é verificada alguma discrepância entre o OLUCA-SP e os testes, superestimando tal concentração, mas estando em um intervalo seguro, efeito que não é apresentado quando a onda de entrada é direcionalmente larga, como será visto no teste seguinte. A altura significativa de onda no modelo OLUCA-SP é calculada assumindo uma função de distribuição de alturas de onda do tipo Rayleigh. O bom ajuste do modelo (testes com H_s) permite demonstrar que tal hipótese é válida, inclusive na área de quebra.

Em todos os casos, o modelo prevê alturas de onda maiores ao redor das paredes laterais. Isto se deve pelo fato de que as componentes da onda formam anti-nós na parede, que ao ser sobrepostas, permitem uma altura significativa de onda maior.

Da mesma forma, nas Figuras 55 e 57 foram representados os espectros frequenciais medidos e calculados ao longo do perfil A-A, nos pontos P1, P3, P6 e P7 (ver sua localização na Figura 46), onde é verificado que há muito pouca diferença entre os diferentes modelos de dissipação e um ajuste bastante aceitável dos dados medidos.

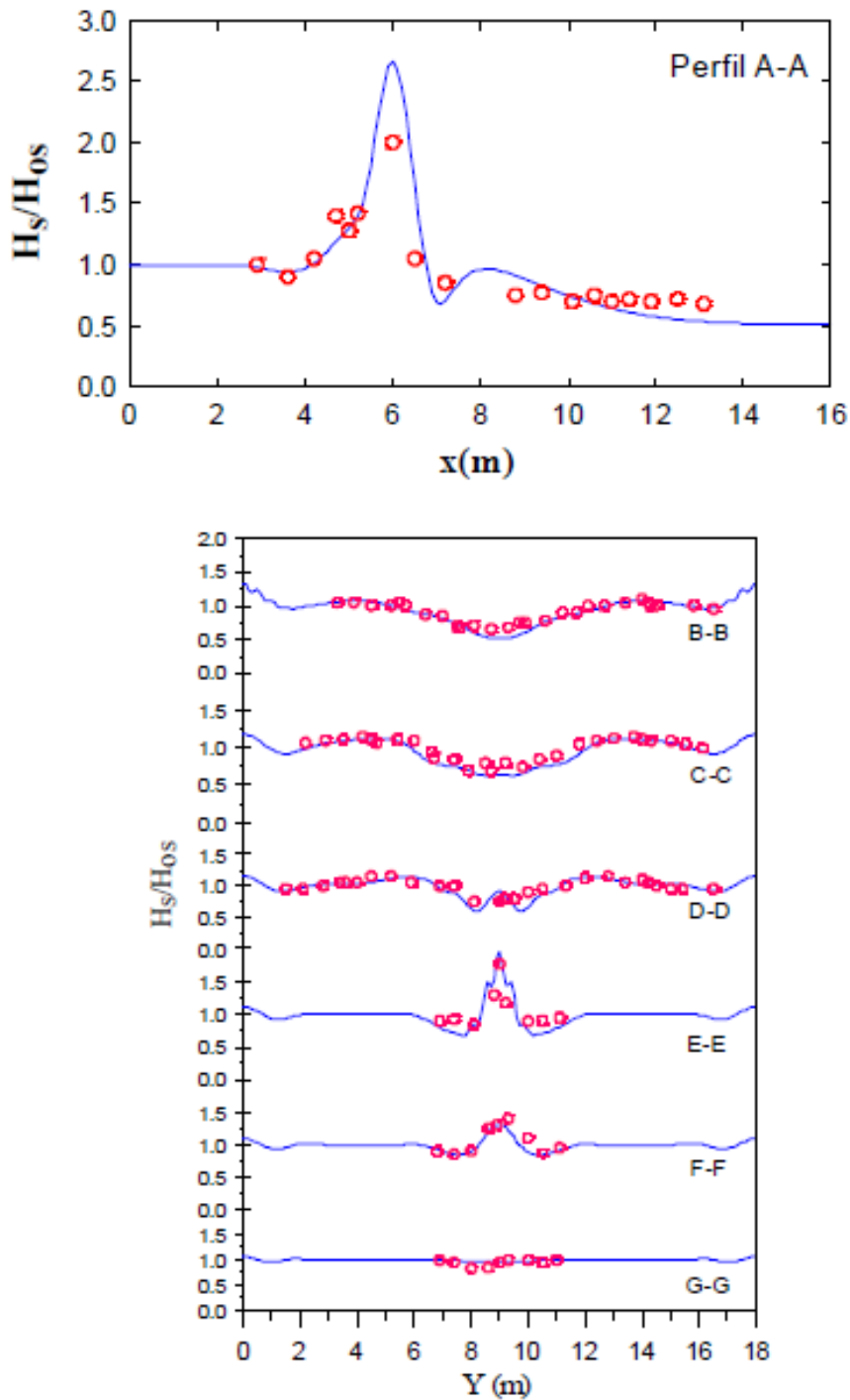


Figura 51 – Teste 3 (menos energia e função dir. Estreita). Banco circular Chawla (1995). Comparação de altura significativa de onda normalizada, em laboratório (•) e no modelo OLUCA-SP (-). Modelo de dissipação de Thornton e Guza (1983) com ($B = 1,0$ e $y = 0,6$).

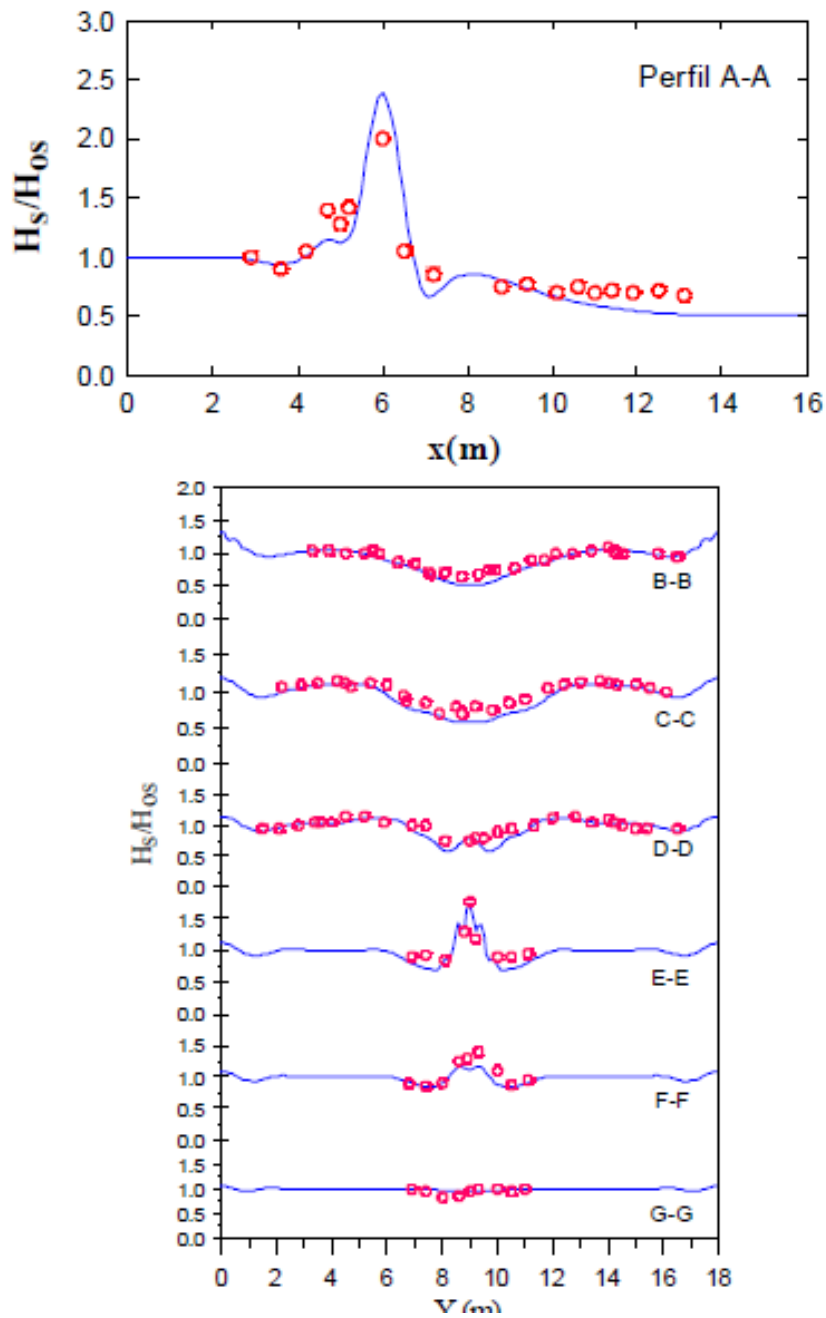


Figura 52 – Teste 3 (menos energia e função dir. Estreita). Banco circular Chawla (1995). Comparação de altura significativa de onda normalizada, em laboratório (•) e no modelo OLUCA-SP (-). Modelo de dissipação de Battjes e Janssen (1978) ($aa_1 = 0,39$, $bb_1 = 0,56$ e $\alpha_1 = 1$).

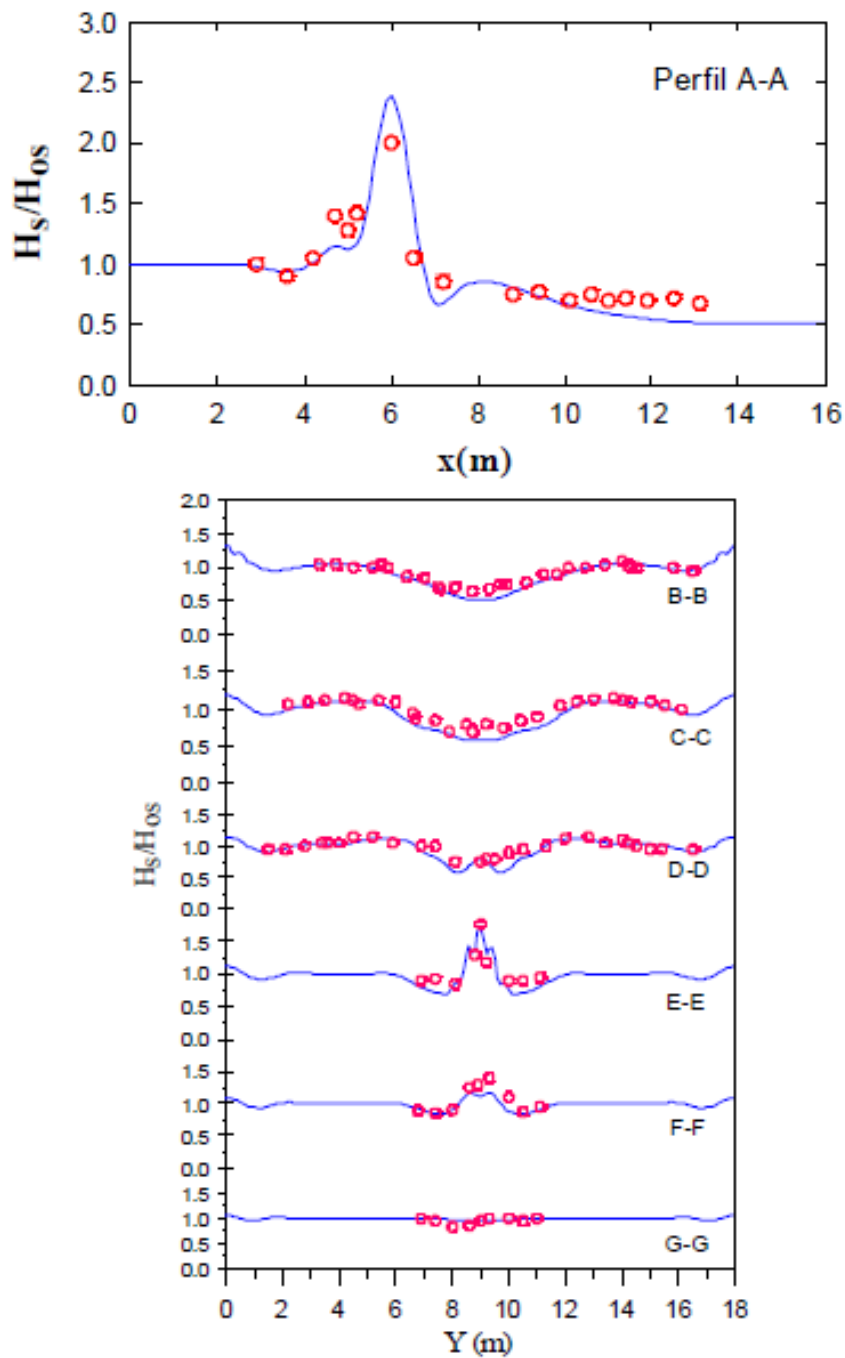


Figura 53 – Teste 3 (menos energia e função dir. Estreita). Banco circular Chawla (1995). Comparação de altura significativa de onda normalizada, em laboratório (•) e no modelo OLUCA-SP (-). Modelo de dissipação de Battjes e Janssen (1978) ($aa_1 = 0,5$, $bb_1 = 0,4$ e $\alpha_1 = 1$).

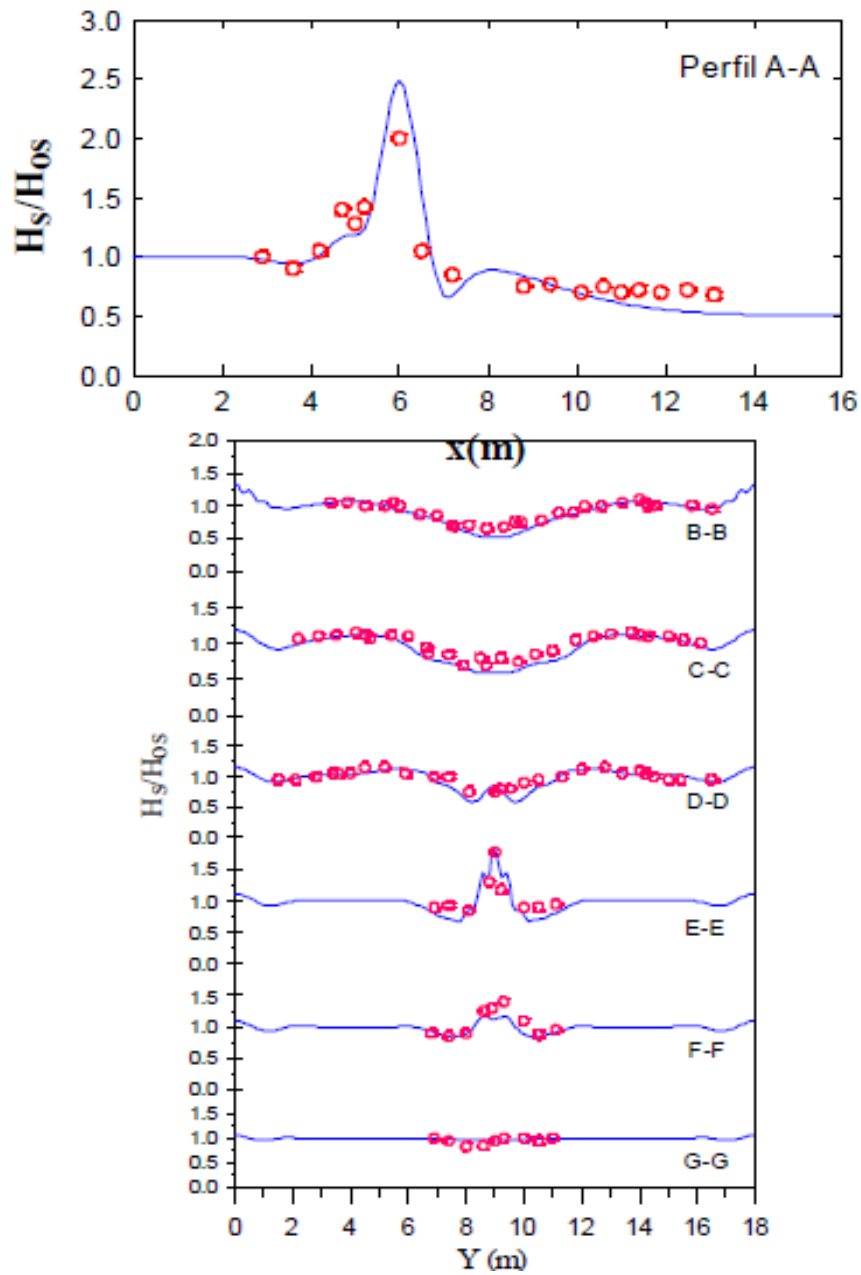


Figura 54 – Teste 3 (menos energia e função dir. Estreita). Banco circular Chawla (1995). Comparação de altura significativa de onda normalizada, em laboratório (•) e no modelo OLUCA-SP (-). Modelo de dissipação de Battjes e Janssen (1978) ($aa_1 = 0,5$, $bb_1 = 0,4$ e $\alpha_1 = 0,8$).

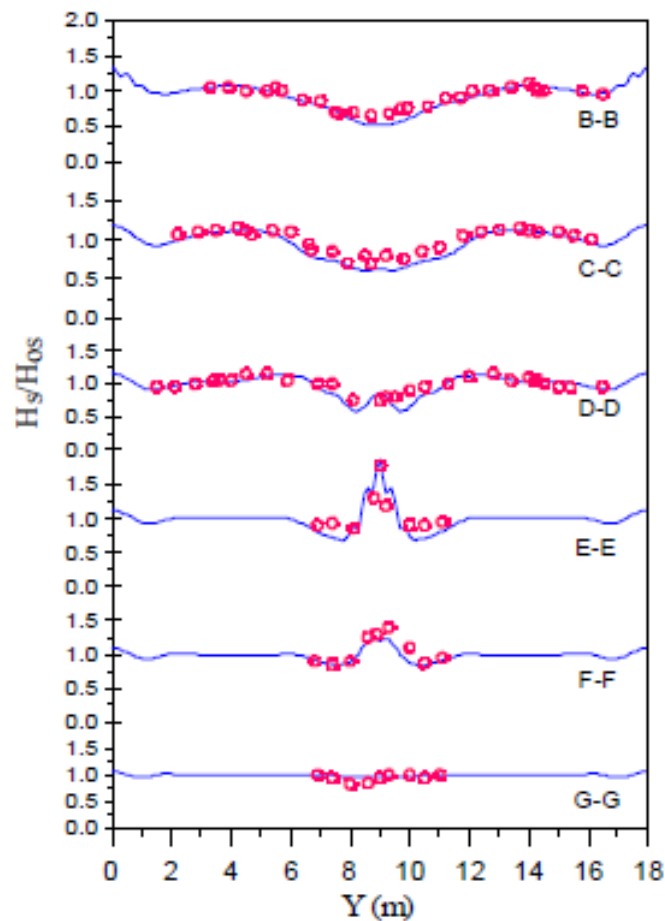
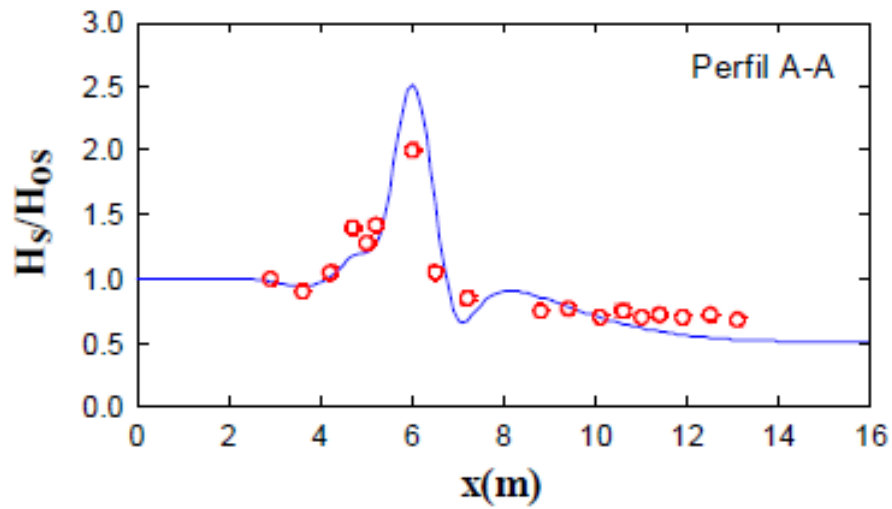


Figura 55 – Teste 3 (menos energia e função dir. Estreita). Banco circular Chawla (1995). Comparação de altura significativa de onda normalizada, em laboratório (•) e no modelo OLUCA-SP (-). Modelo de dissipação de Winyu e Tomoya (1978) ($K_5 = 0,1$, $K_6 = 1,6$ e $K_7 = 0,1$).

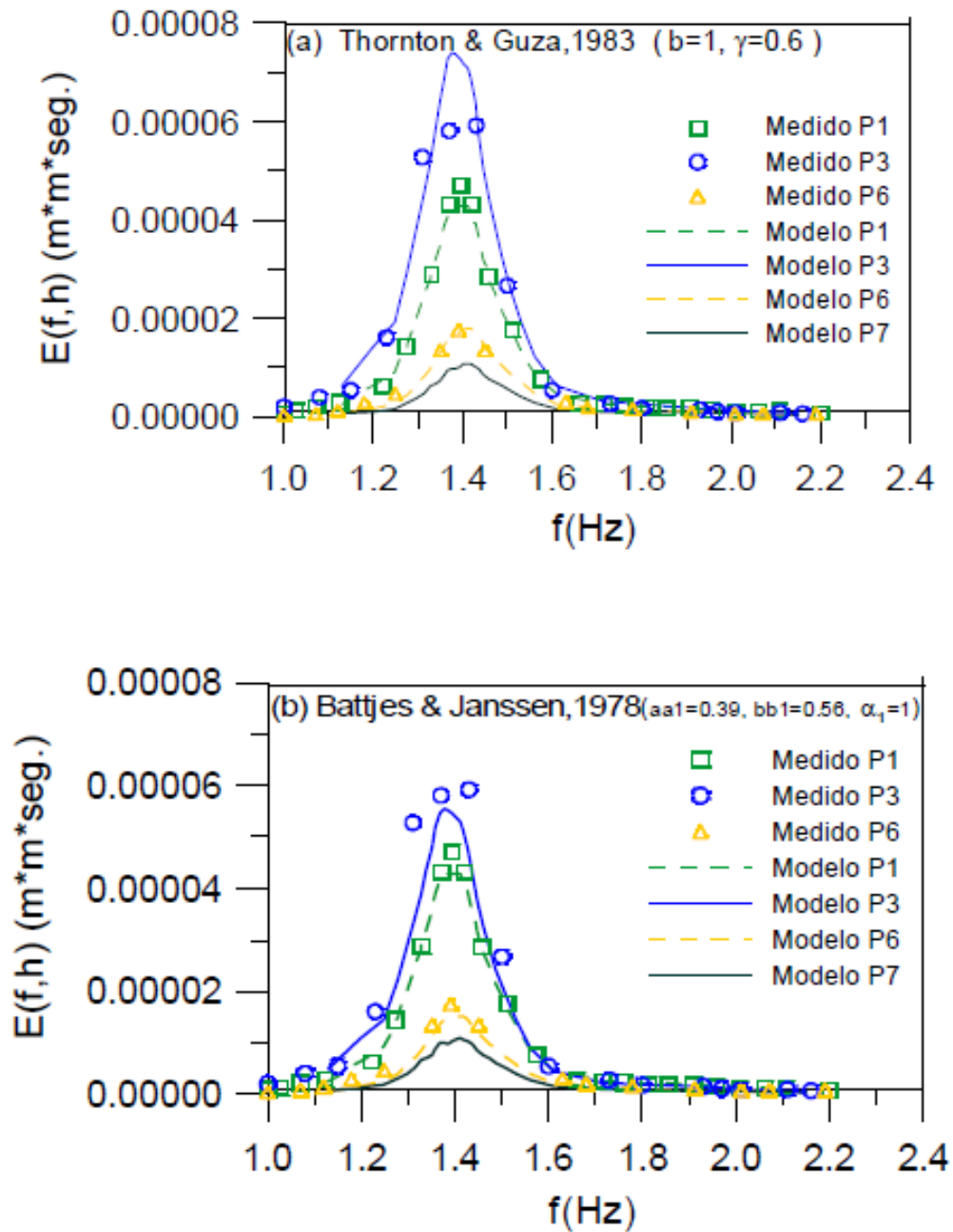


Figura 56a, b – Teste 3 (menos energia e função dir. estreita). Banco circular Chawla (1995). Comparação de espectros frequenciais medidos e calculados com o OLUCA-SP, por diferentes modelos de dissipação.

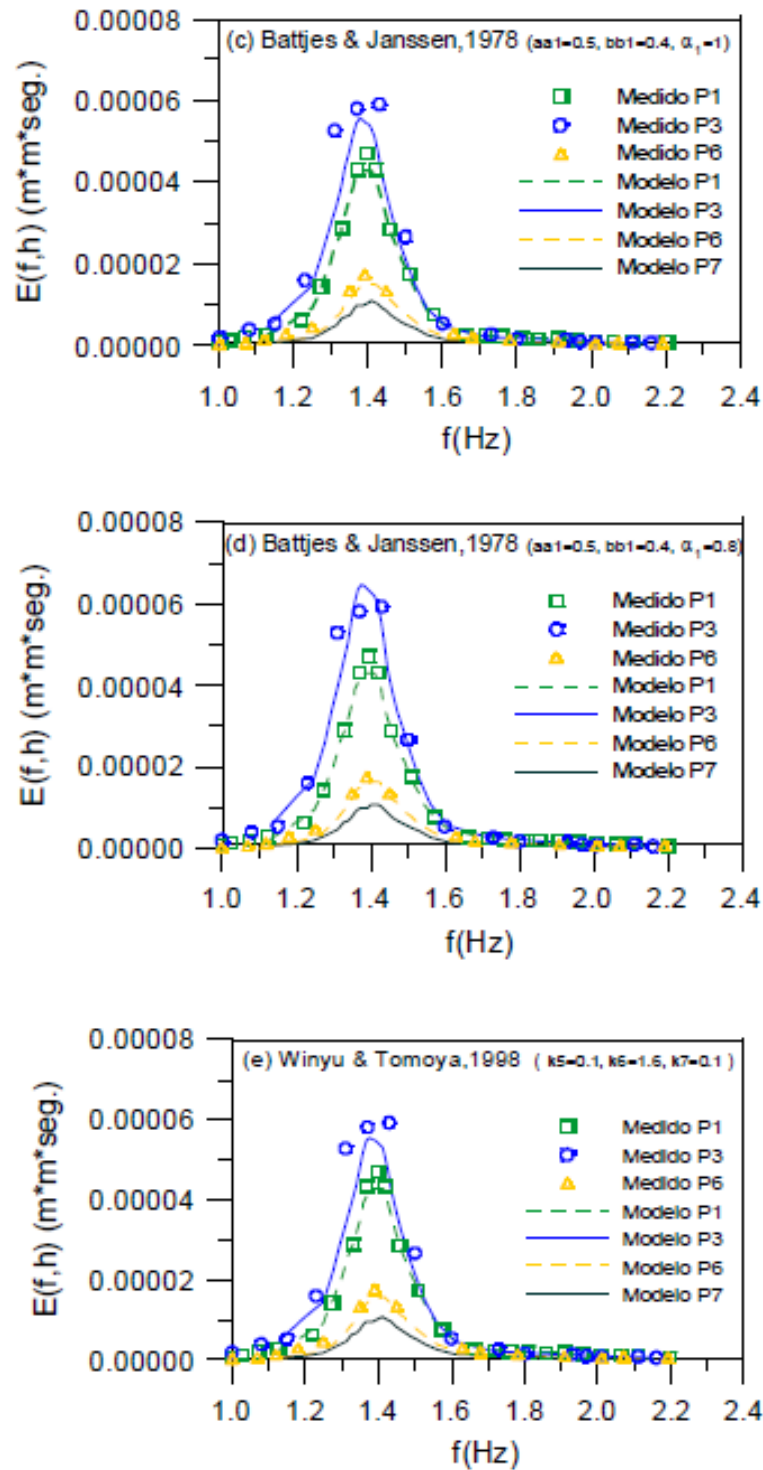


Figura 57c, d, e – Teste 3 (menos energia e função dir. estreita). Banco circular Chawla (1995). Comparação de espectros frequenciais medidos e calculados com o OLUCA-SP, por diferentes modelos de dissipação.

- **Caso 6 (espectro direcional largo)**

Neste caso, foi propagado um espectro frequencial com maior energia, em comparação com o caso anterior, e uma função direcional também mais larga (ver Figuras 47 e 48). Uma representação da superfície livre das ondas e da altura significativa de onda normalizada é mostrada nas Figuras 58 e 59, respectivamente.

Este caso, ao ser uma onda do tipo “sea” (direcionalmente larga), a superfície livre se apresenta mais caótica, sem frentes bem definidas como foram vistas no caso anterior, o qual apresentava uma onda do tipo “swell” (ver Figura 49). Também na Figura 59, é verificado que há uma menor concentração de energia sobre o banco, a qual se deve, por um lado, a uma maior dissipação graças à quebra das ondas e, por outro lado, a uma maior redistribuição de energia no domínio, gerada pela ampla categoria nas direções de ondas incidentes.

Nas Figuras 60 a 64 são representadas da mesma forma que o caso 3, os mesmos perfis de altura significativa de onda normalizada para diferentes modelos de dissipação. Onde é visto nos perfis A – A um primeiro pico pequeno, devido ao empinamento sobre o banco, e um segundo pico devido à refração das ondas sobre o mesmo banco.

Também é verificado nestas figuras que o modelo representa muito bem os dados medidos, sem haver diferenças importantes entre os diferentes modelos de dissipação de ondas, a distribuição das alturas das ondas sobre o banco e posteriormente a este se apresenta mais uniforme se comparada ao caso anterior. Este efeito de suavização por sobreposição de componentes é explicado detalhadamente em Panchang *et. al.* (1990).

Nas Figuras 65 e 66 são apresentados os espectros em diferentes pontos ao longo do eixo A-A, onde só se dispõem de dados medidos do ponto P1. De novo é verificado que a diferença entre modelos de dissipação é mínima.

Em geral, se conclui que o modelo OLUCA-SP representa muito bem a propagação das ondas sobre um banco circular para diferentes tipos de ondas incidentes.

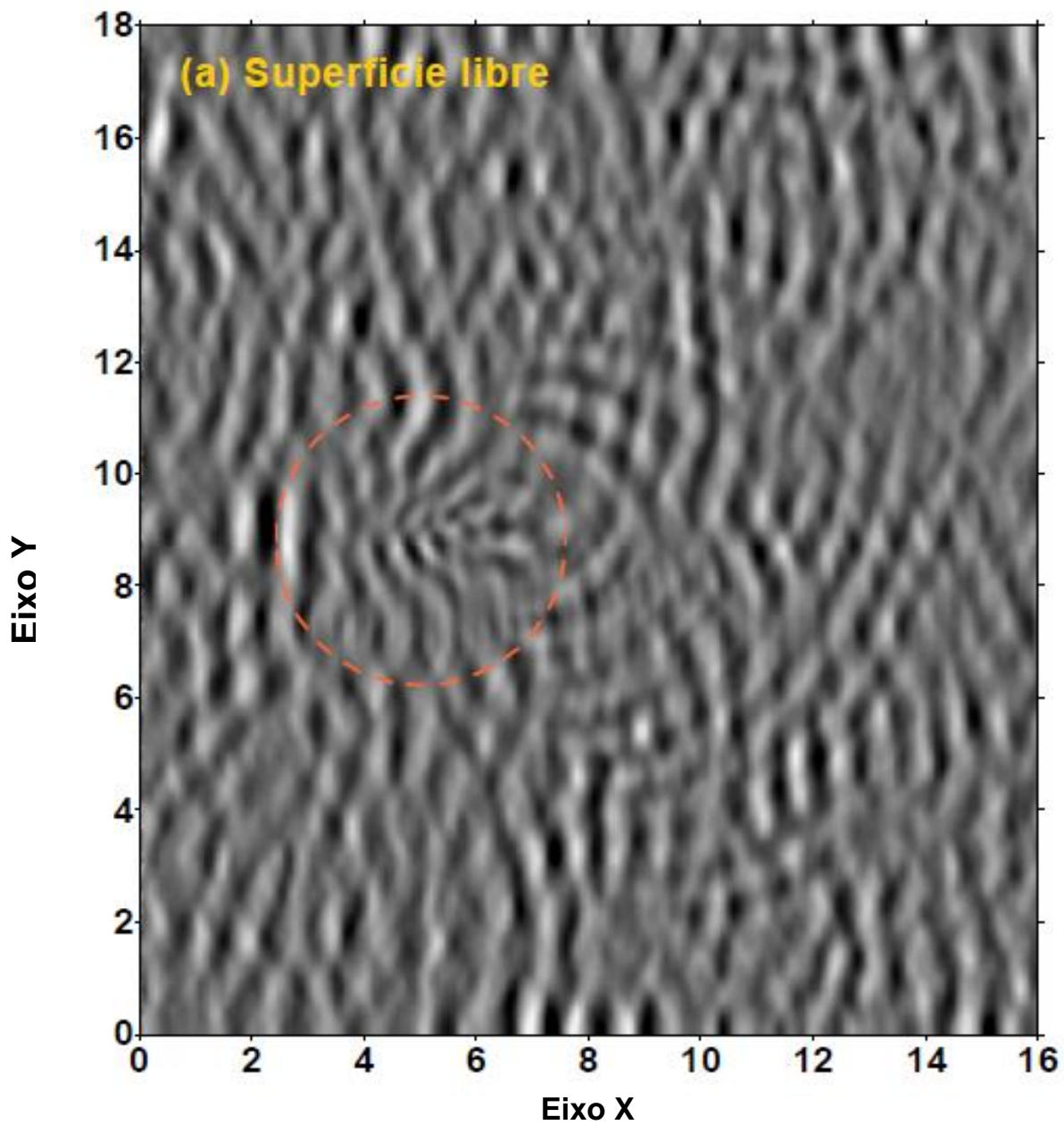


Figura 58 – Teste 6 (maior energia e função dir. Larga). Banco circular Chawla (1995). Superfície livre das ondas, aplicando o modelo de dissipação de Thornton e Guza (1983).

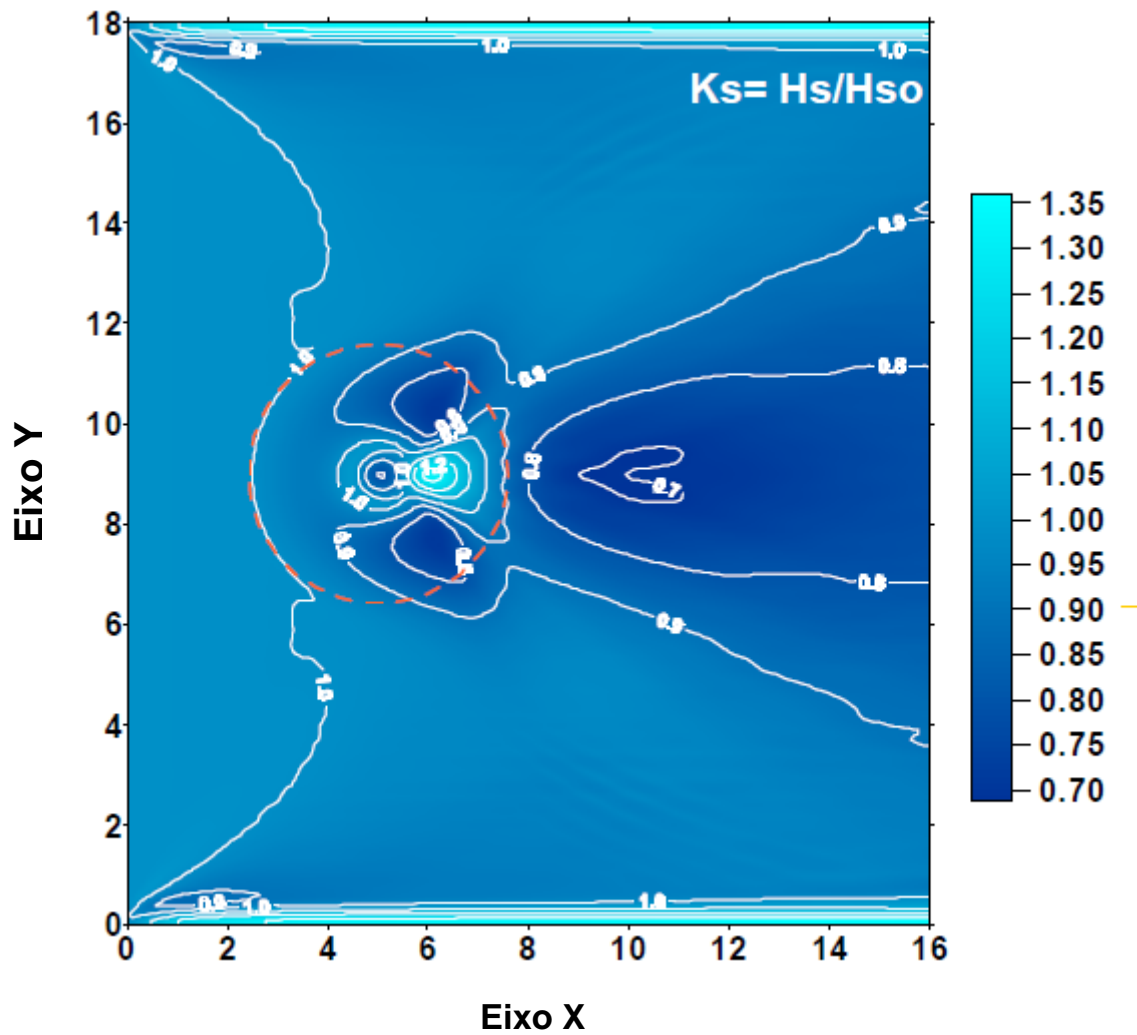


Figura 59 – Teste 6 (maior energia e função dir. Larga). Banco circular Chawla (1995). Altura significativa de onda normalizada, aplicando o modelo de dissipação de Thornton e Guza (1983).

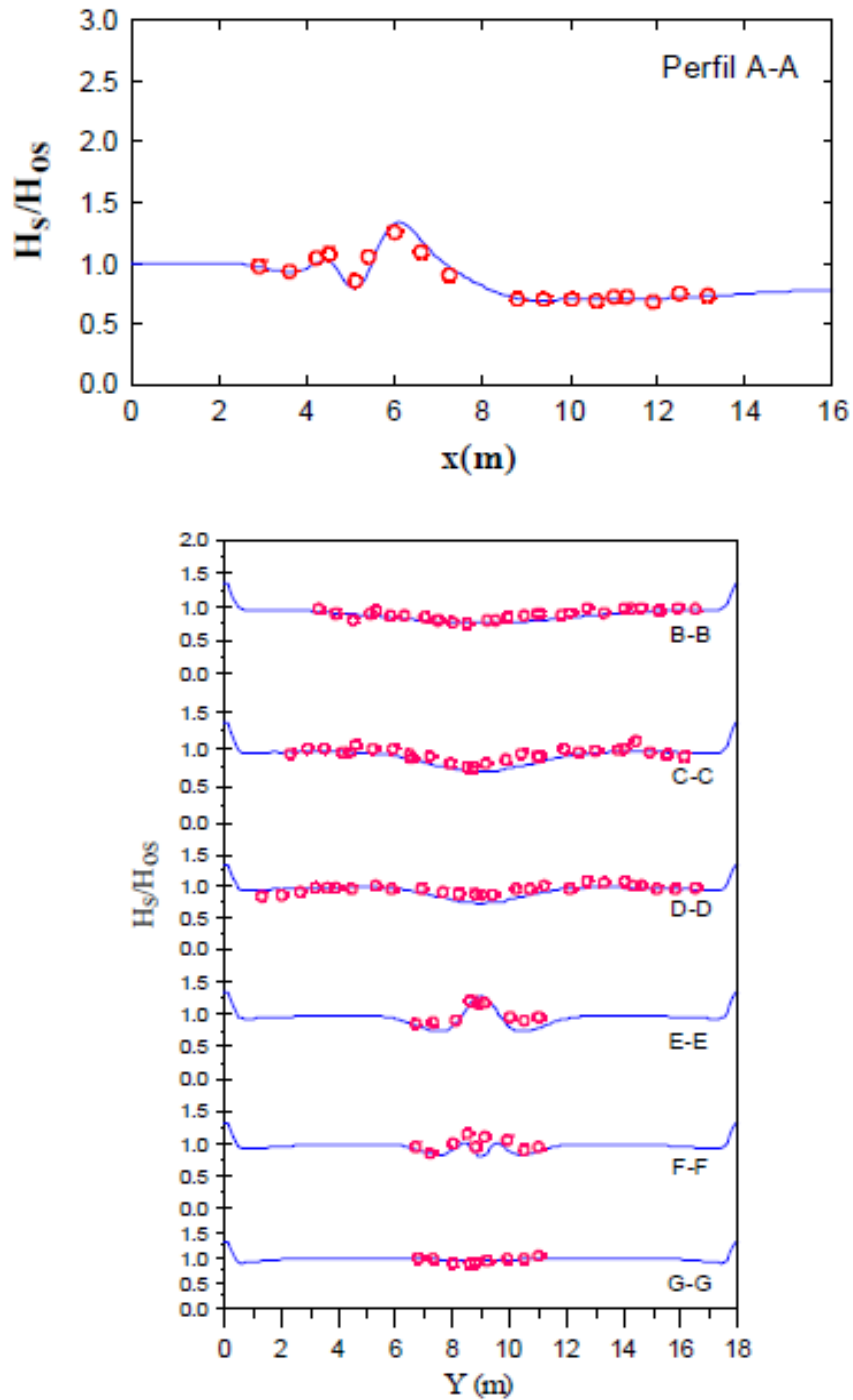


Figura 60 – Teste 6 (maior energia e função dir. larga). Banco circular Chawla (1995). Comparação de altura significativa de onda normalizada, em laboratório (•) e no modelo OLUCA-SP (-) com modelo de dissipação de Thornton e Guza (1983) ($B = 1,0$ e $y = 0,6$).

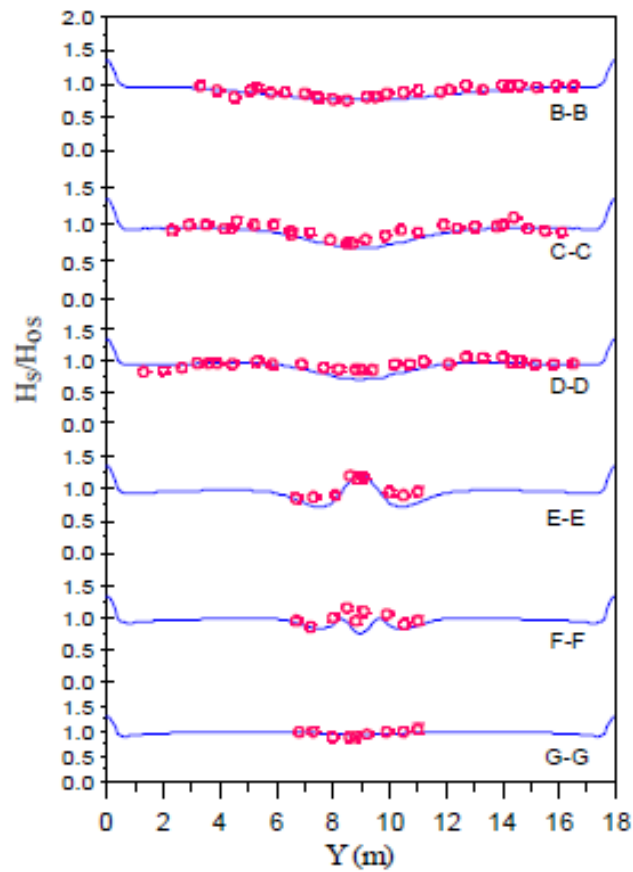
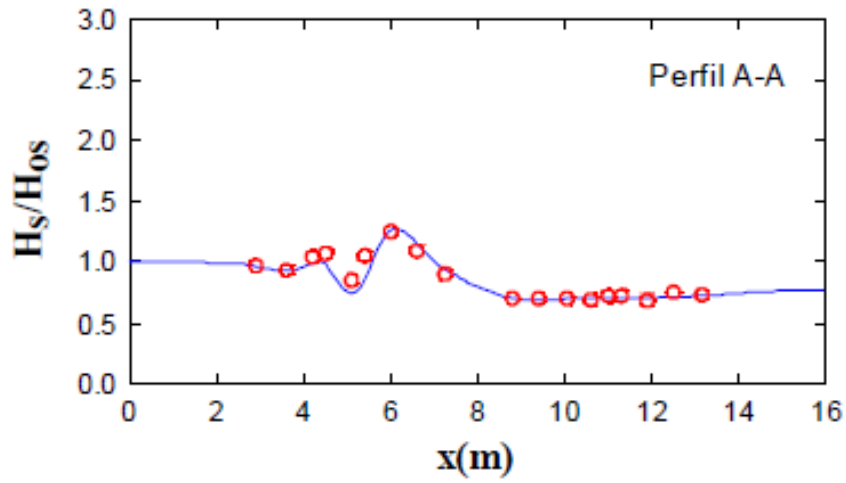


Figura 61 – Teste 6 (maior energia e função dir. Larga). Banco circular Chawla (1995). Comparação de altura significativa de onda normalizada, em laboratório (•) e no modelo OLUCA-SP (-) com modelo de dissipação de Battjes e Janssen (1978) ($aa_1 = 0,39$, $bb_1 = 0,56$ e $\alpha_1 = 1$).

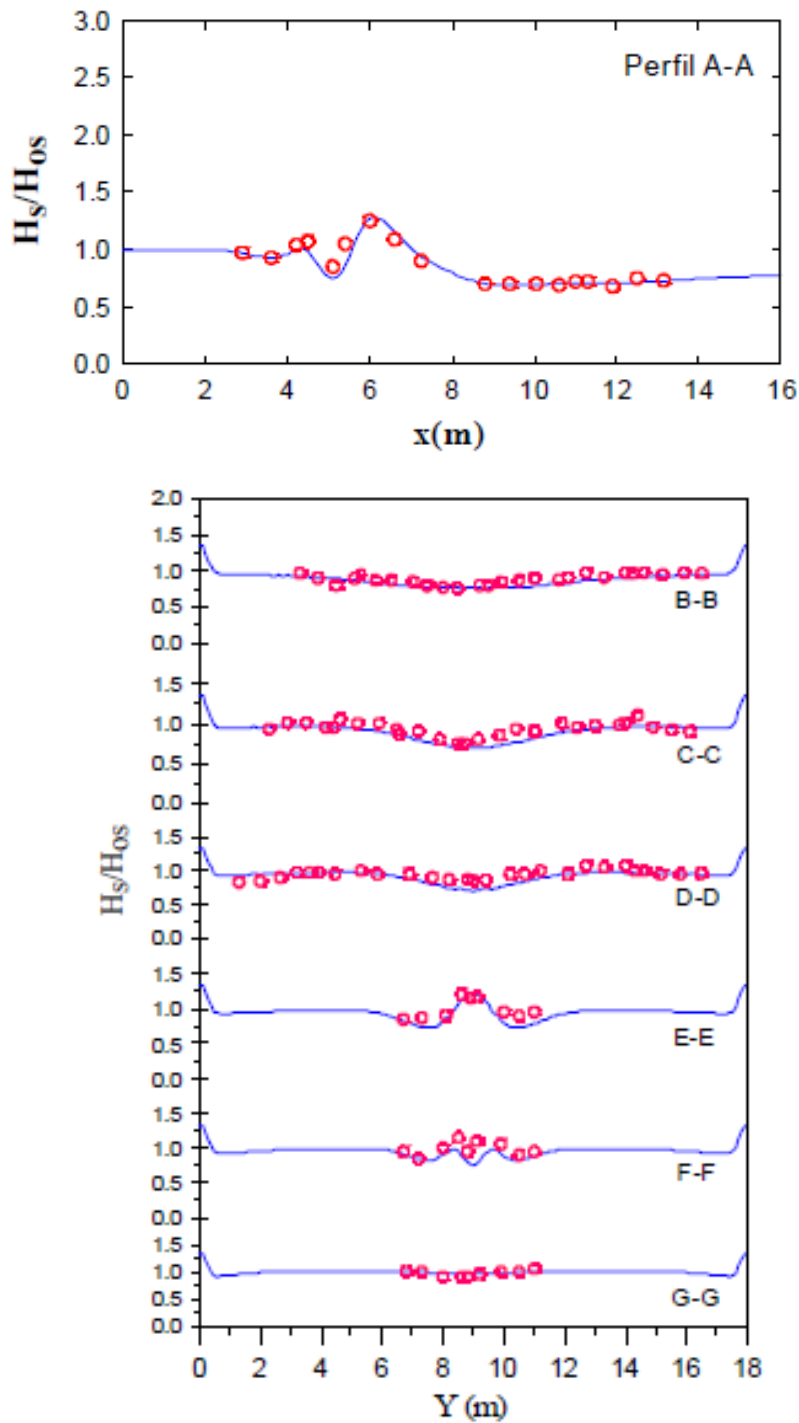


Figura 62 – Teste 6 (maior energia e função dir. Larga). Banco circular Chawla (1995). Comparação de altura significativa de onda normalizada, em laboratório (•) e no modelo OLUCA-SP (-) com modelo de dissipação de Battjes e Janssen (1978) ($aa1 = 0,5$, $bb1 = 0,4$ e $\alpha1 = 1$).

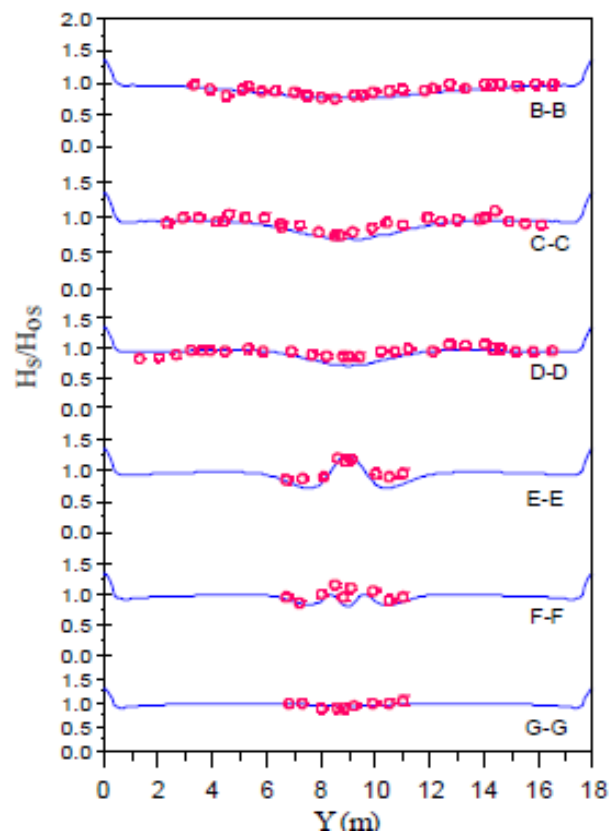
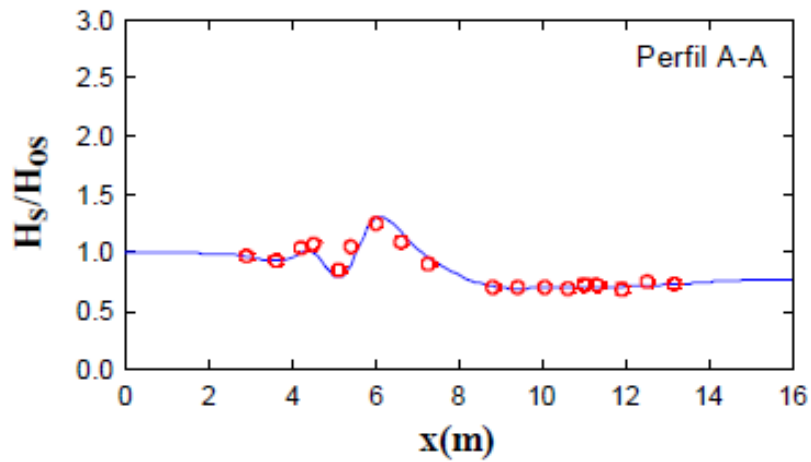


Figura 63 – Teste 6 (maior energia e função dir. Larga). Banco circular Chawla (1995). Comparação de altura significativa de onda normalizada, em laboratório (•) e no modelo OLUCA-SP (-) com modelo de dissipação de Battjes e Janssen (1978) ($aa1 = 0,5$, $bb1 = 0,4$ e $\alpha1 = 0,8$).

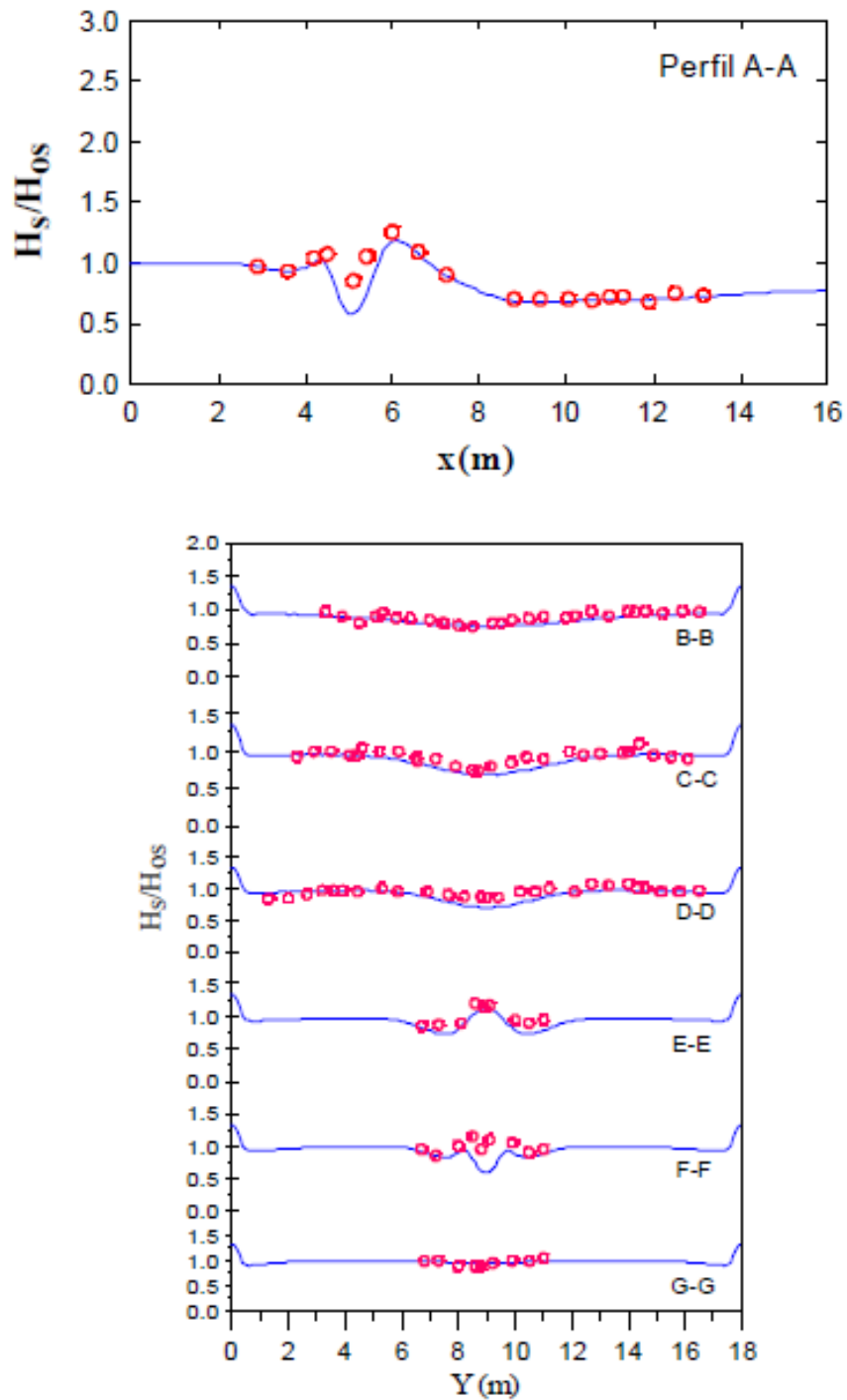


Figura 64 – Teste 6 (maior energia e função dir. Larga). Banco circular Chawla (1995). Comparação de altura significativa de onda normalizada, em laboratório (•) e no modelo OLUCA-SP (-) com modelo de dissipação de Winyu e Tomoya (1978) ($K_5 = 0,1$, $K_6 = 1,6$ e $K_7 = 0,1$).

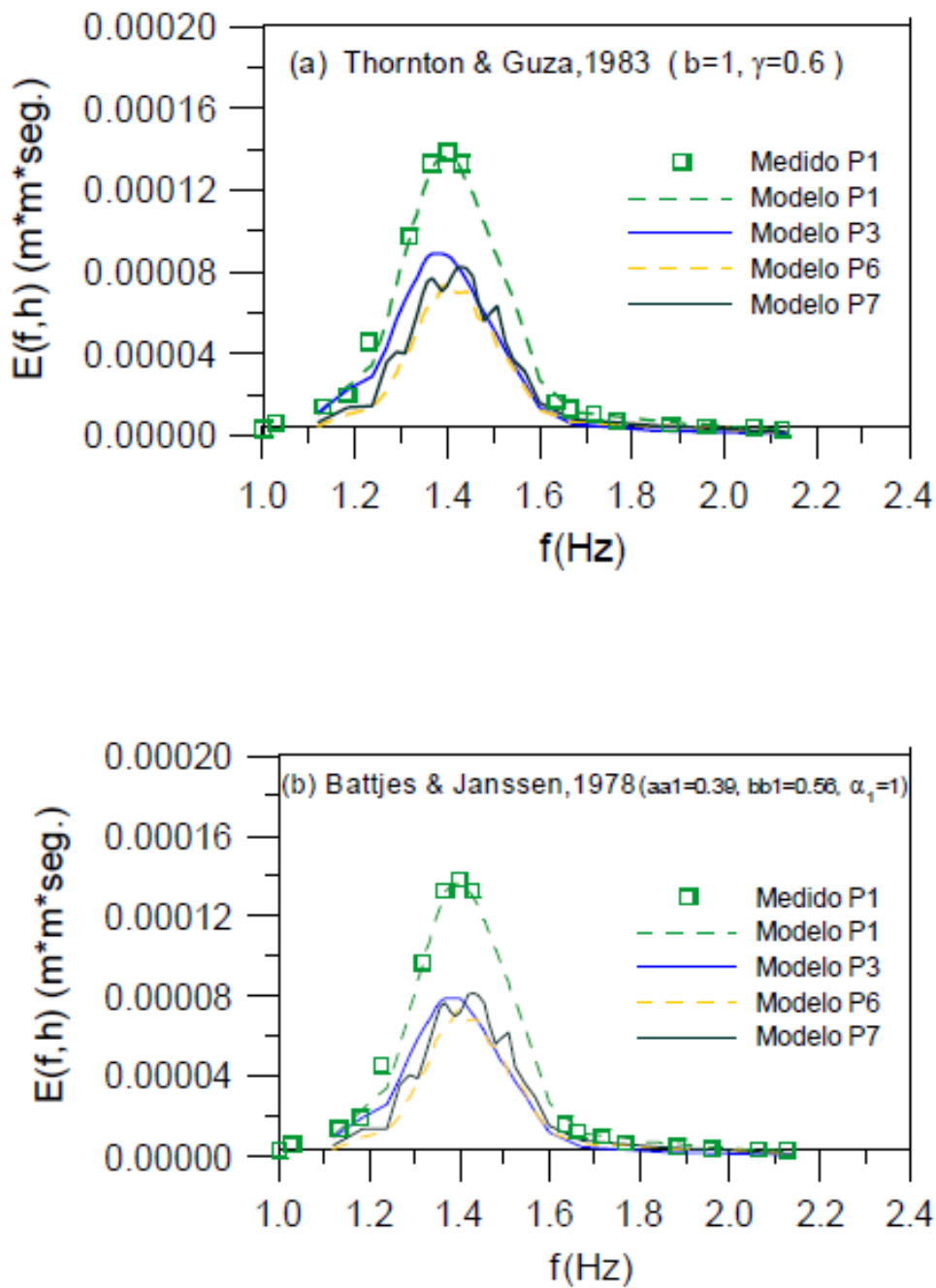


Figura 65a, b – Teste 6 (maior energia e função dir. larga). Banco circular Chawla (1995). Comparação de espectros frequenciais medidos e calculados com o OLUCA-SP para diferentes modelos de dissipação.

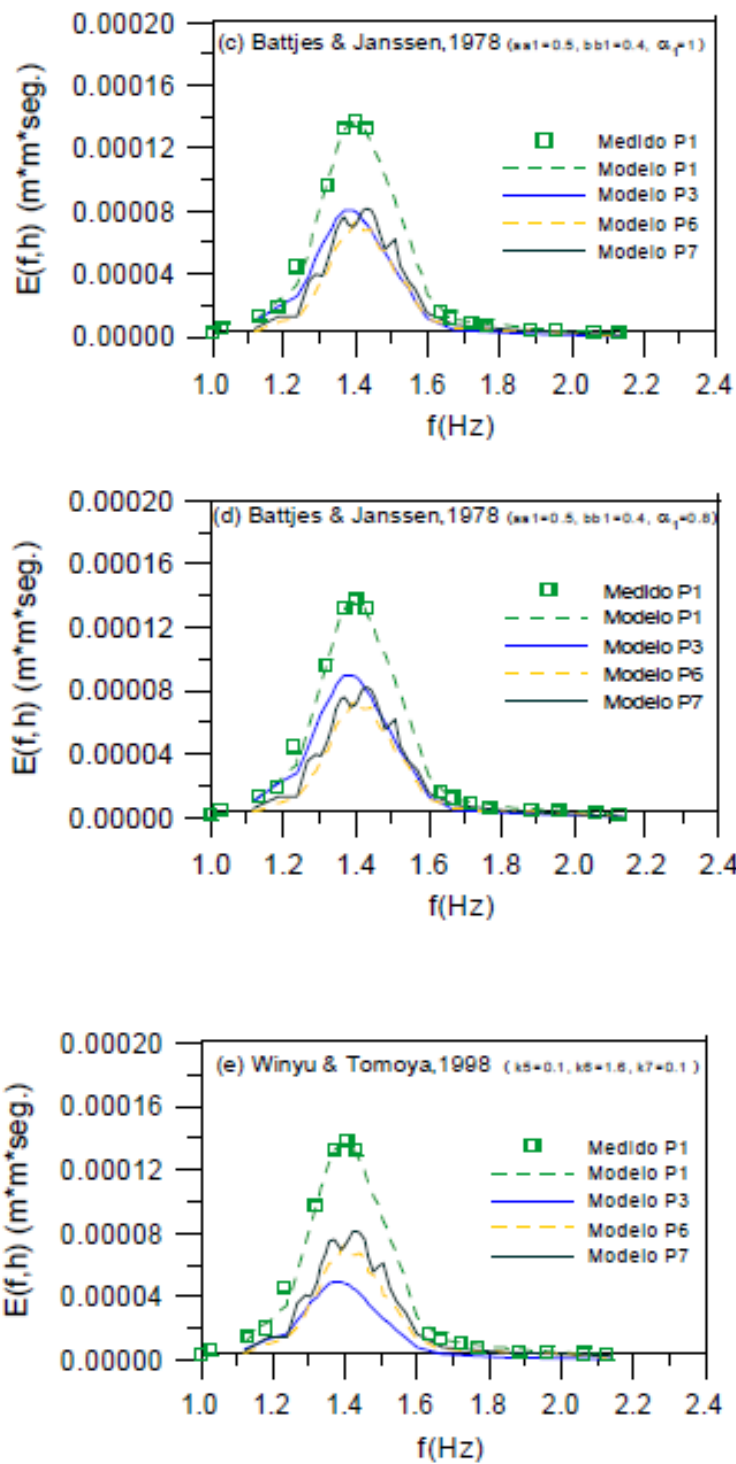


Figura 66c, d, e – Teste 6 (maior energia e função dir. larga). Banco circular Chawla (1995). Comparação de espectros frequenciais medidos e calculados com o OLUCA-SP para diferentes modelos de dissipação.

5.5 Experimento de campo DELILAH, Duck, NC

5.5.1 Características do experimento

O experimento em campo denominado DELILAH (Duck Experiment on Low-frequency and Incident-band Longshore and Across-shore Hydrodynamics) foi realizado no centro de pesquisas do CERC em Duck, NC, durante o mês de outubro de 1990 (Birkemeier, 1991). O experimento foi planejado para pesquisar a morfodinâmica na área de quebras. A batimetria da área é bastante homogênea longitudinalmente, exceto nas áreas próximas do quebra-mar. O experimento incluiu campanhas batimétricas diárias em outubro de 1990, em uma pequena área próxima à linha de costa, área onde foi instalada uma grande quantidade de instrumentos para medir a hidrodinâmica marinha. Na Figura 67 é mostrado como são distribuídos os instrumentos sobre a batimetria da área.

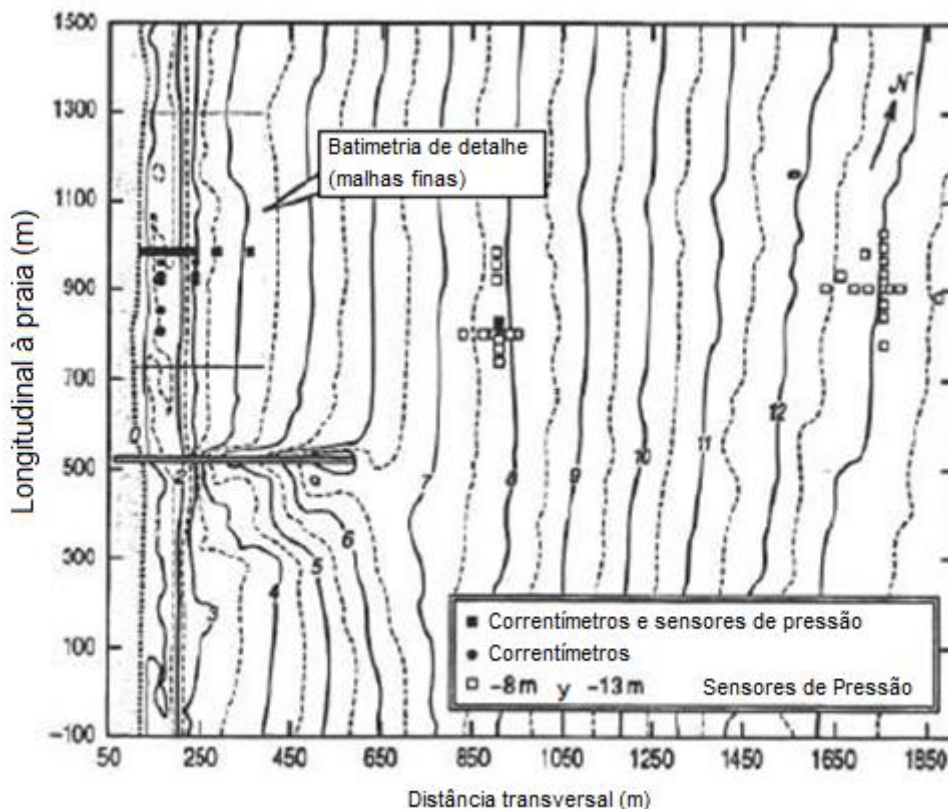


Figura 67 – Batimetria e localização de instrumentos no experimento de DELILAH, Duck, NC, outubro de 1990 (Tomada de Rogers et. al., 1998).

5.5.2 Comparação entre os testes e o modelo OLUCA-SP

Rogers, Kaihatu e Hsu (1998) aplicaram o modelo parabólico espectral, utilizando os dados de DELILAH dos dias 6 – 7 e 12 – 16 de outubro de 1990. Escolheram estes dias levando em conta que não havia falhas na série de dados e as velocidades de vento eram muito baixas, para não afetar as ondas localmente.

Os dados disponíveis do teste consistiam em batimetrias diárias, medição de espectros exteriores na batimétrica (13m); os quais foram utilizados como entrada para o modelo numérico (na Figura 68 é mostrado um exemplo de um espectro bidimensional médio). Também foram utilizados sensores de superfície livre próximos à costa, os quais foram utilizados para verificar o modelo.

Os espectros foram discretizados em 10 componentes frequenciais x 20 componentes direcionais (200 componentes por simulação) e o domínio em uma malha de 127 x 119 com ($DXR = D YR = 13,5m$).

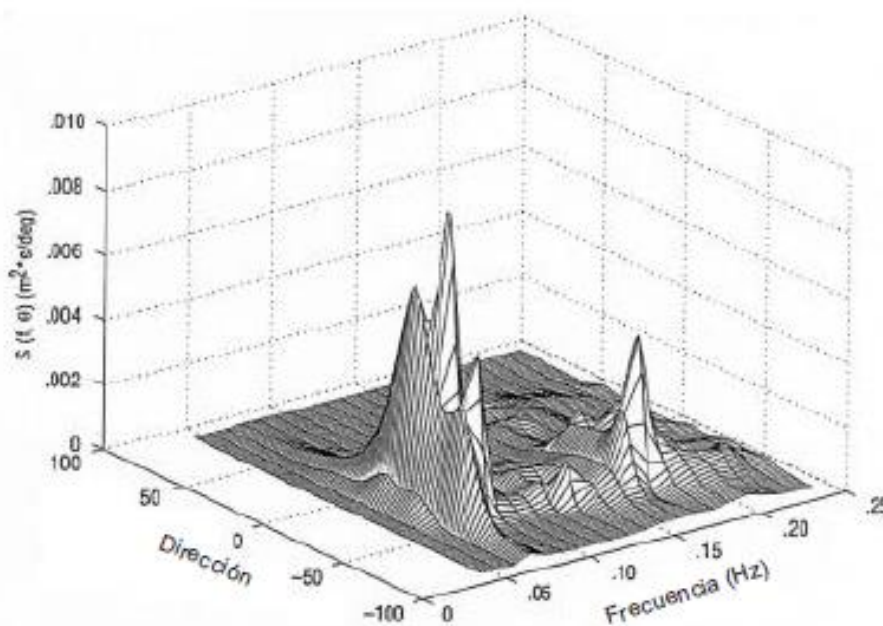


Figura 68 - Exemplo de espectro bidimensional medido no experimento DELILAH (Outubro de 1999). Fonte: Rogers *et. al.*, 1998.

Nas Figuras 69 a 76 são mostrados os resultados obtidos por Rogers *et. al.* (1998), onde aparece a altura significativa de onda em um perfil perpendicular à praia. Em tais figuras aparecem os resultados do modelo parabólico em linha pontilhada, com círculos, as alturas significativas de onda máxima, média e mínima medidas e, em linha contínua, a profundidade da água ajustada com a maré. Em todas as figuras é

mostrado como o modelo representa muito bem a evolução de H_s , incluindo o início de quebra e sua evolução na área de quebra.

Rogers *et. al.* (1998) realizaram uma série de testes onde compararam os modelos numéricos monocromáticos RCPWAVE (Modelo de Propagação Linear, Ebersole *et. al.* 1986) e o modelo OLUCA-MC (modelo parabólico monocromático, versão REF/DIF 1), com o modelo espectral parabólico. Nas Figuras 77 a 81 são mostrados os resultados para a altura significativa de onda H_s dos três modelos numéricos. Em todos os casos o modelo espectral mostra um comportamento mais ajustado aos dados, seguido do OLUCA-MC e, por último, o RCPWAVE. Adicionalmente, realizaram uma análise de desvio nos ângulos e altura de onda em áreas de difração, com uma análise de sensibilidade devido à incerteza na medição da batimetria, de onde, concluíram que o modelo espectral parabólico representa de forma mais real a evolução da altura de onda, mostrando uma quebra mais gradual, tal como é mostrada na realidade e uma maior robustez em áreas de difração. O modelo OLUCA-MC é ajustado muito bem, reproduzindo os padrões de ondas, mas superestima a altura de onda, mostrando uma quebra mais pontual e aguda. O RCPWAVE mostrou os piores ajustes, sendo assim, mais crítico na modelagem da difração. Também afirmam que o OLUCA-SP e OLUCA-MC são bastante robustos perante incertezas nas medições de batimetria.

Também foram realizados testes de sensibilidade com o modelo parabólico espectral, levando em conta a discretização do espectro bidimensional de entrada, onde realizaram duas (15 frequências x 30 direções) e (10 frequências x 20 direções). Na Figura 82 é visto como a influência na altura significativa de onda H_s é mínima.

Finalmente, realizaram testes de sensibilidade com a discretização do tamanho da malha, resolução normal (DXR = DYR = 13,5m) e baixa resolução (DXR = DYR = 30m), como são mostradas na Figura 82. Onde de novo é visto que o efeito é mínimo na maior parte do perfil para H_s . A única diferença é que a resolução normal permite definir melhor o pico na quebra.

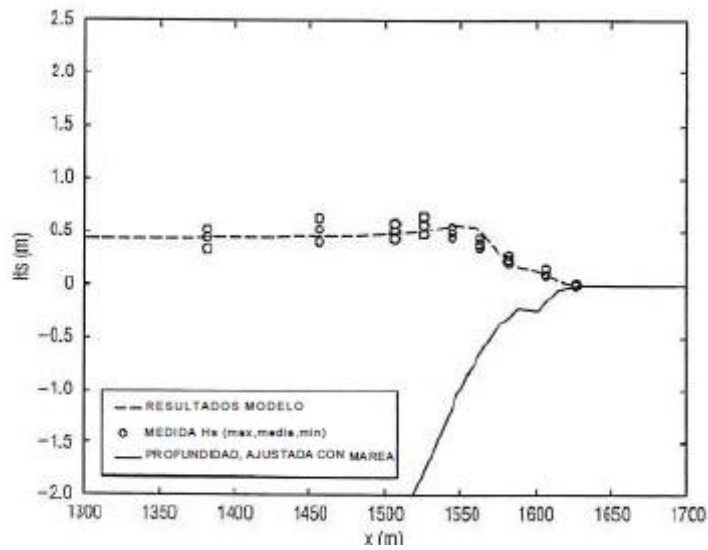


Figura 69 – Comparação da altura significativa de onda do OLUCA-SP e dados do experimento DELILAH (1PM, 06-10-90). (Fonte: Rogers *et. al.*, 1998).

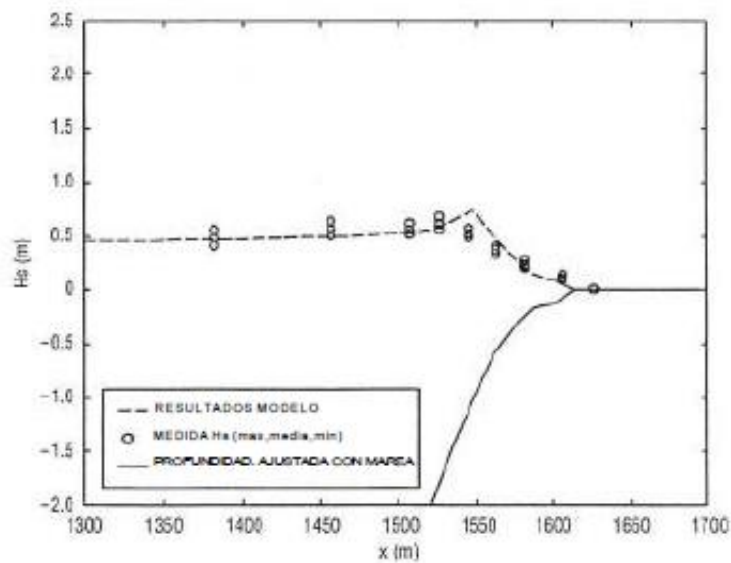


Figura 70 – Comparação da altura significativa de onda do OLUCA-SP e do experimento DELILAH (1AM, 07-10-90). (Fonte: Rogers *et. al.*, 1998).

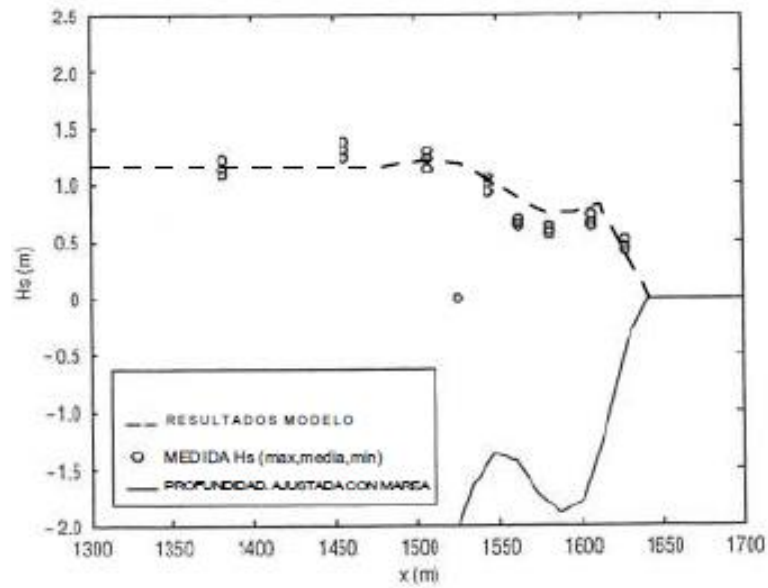


Figura 71 – Comparação da altura significativa de onda do OLUCA-SP e dados do experimento DELILAH (7AM, 12-10-90). (Fonte: Rogers *et. al.*, 1998).

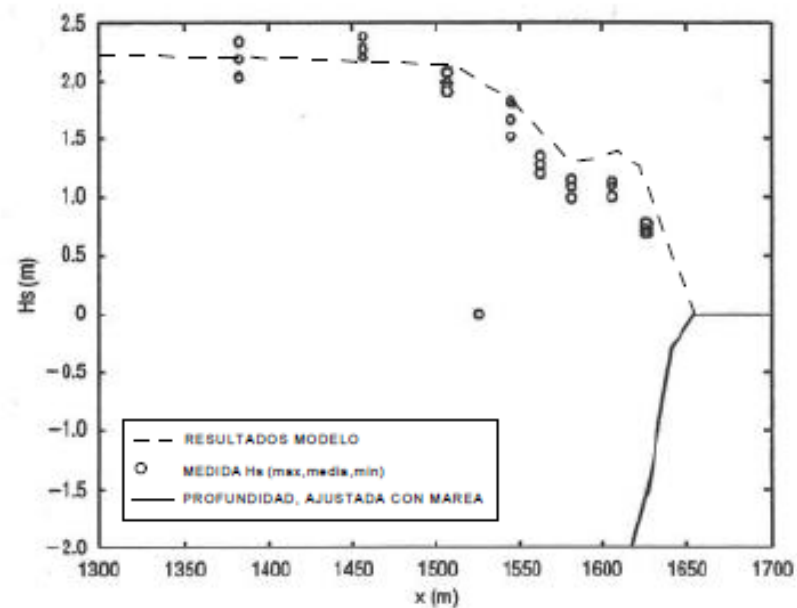


Figura 72 – Comparação da altura significativa de onda do OLUCA-SP e dados do experimento DELILAH (1AM, 13-10-90). (Fonte: Rogers *et. al.*, 1998).

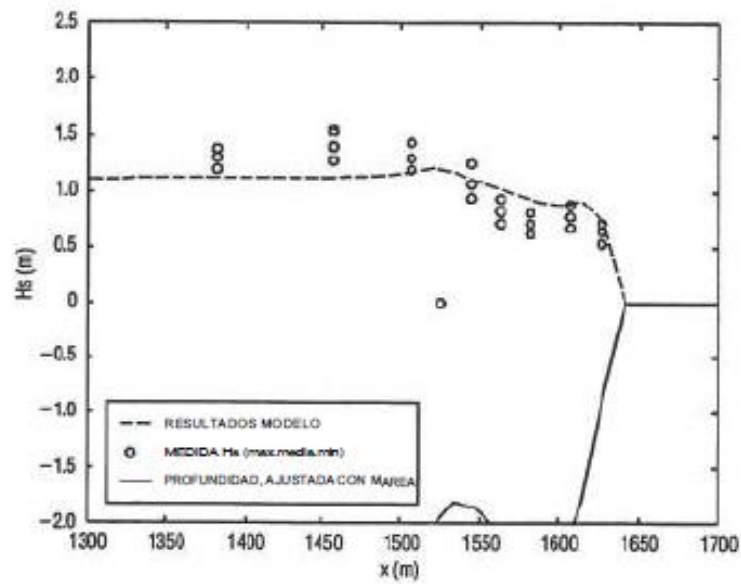


Figura 73 - Comparação da altura significativa de onda do OLUCA-SP e dados do experimento DELILAH (7PM, 14-10-90 (Fonte: Rogers *et. al.*, 1998).

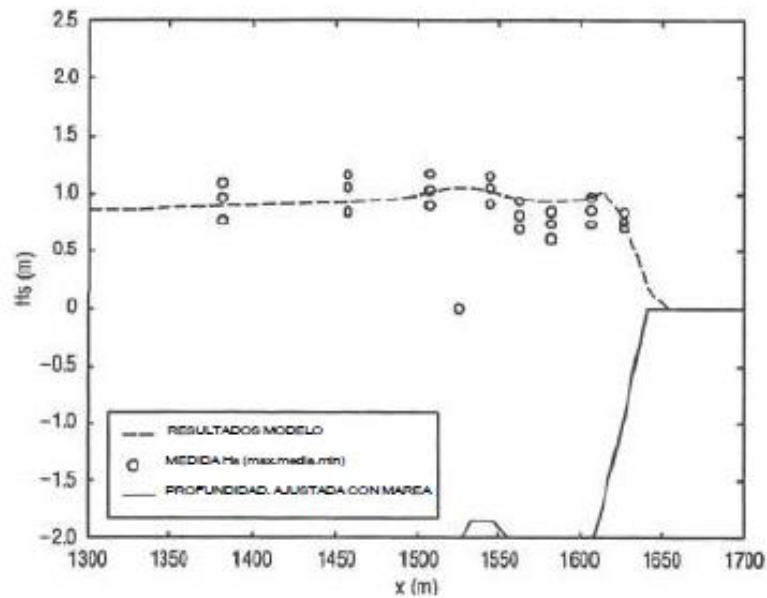


Figura 74 – Comparação da altura significativa de onda do OLUCA-SP e dados do experimento DELILAH (1PM, 15-10-90). (Fonte: Rogers *et. al.*, 1998).

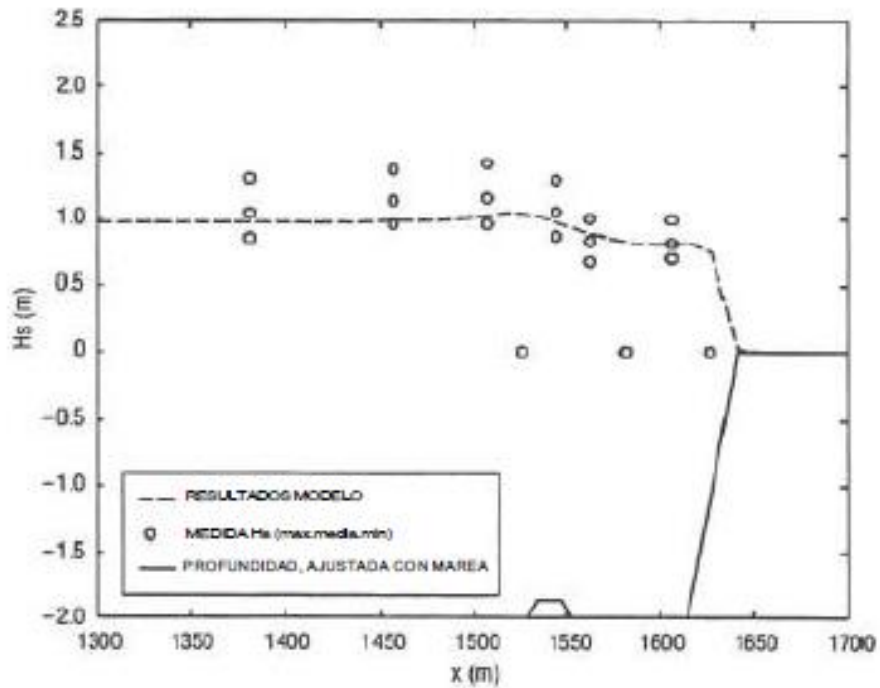


Figura 75 – Comparação da altura significativa de onda do OLUCA-SP e dados do experimento DELILAH (1PM, 16-10-90). (Fonte: Rogers *et. al.*, 1998).

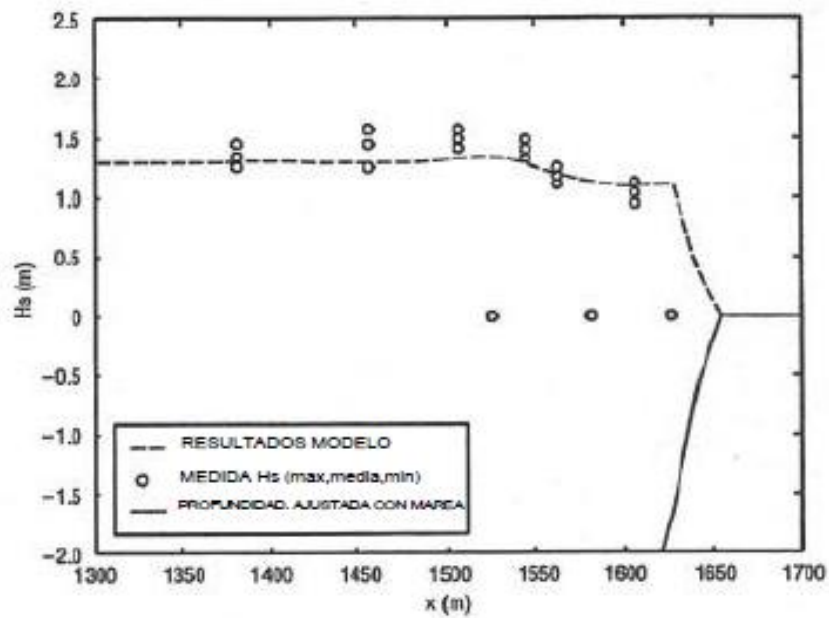


Figura 76 – Comparação da altura significativa de onda do OLUCA-SP e dados do experimento DELILAH (4AM, 16-10-90). (Fonte: Rogers *et. al.*, 1998).

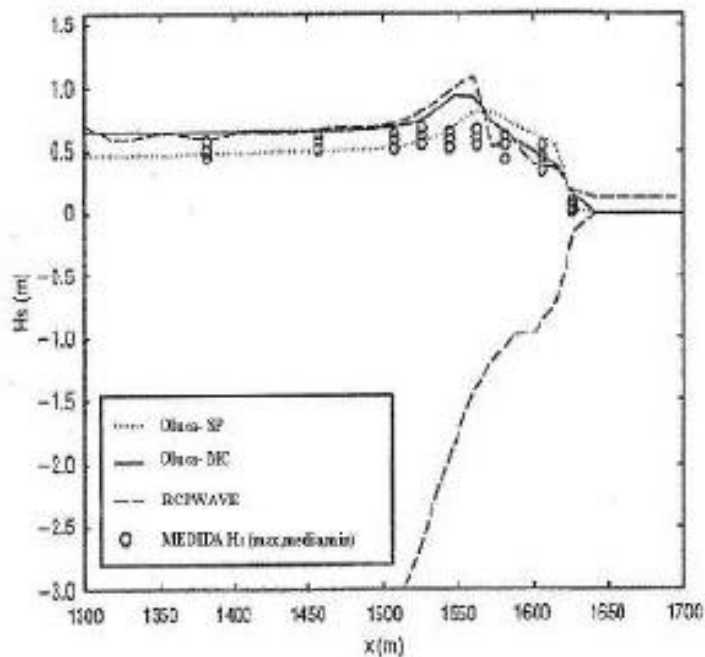


Figura 77 – Comparação da altura significativa de onda do OLUCA-SP, OLUCA-MC e RCPWAVE com dados do experimento DELILAH (10PM, 07-10-90). (Fonte: Rogers *et. al.*, 1998).

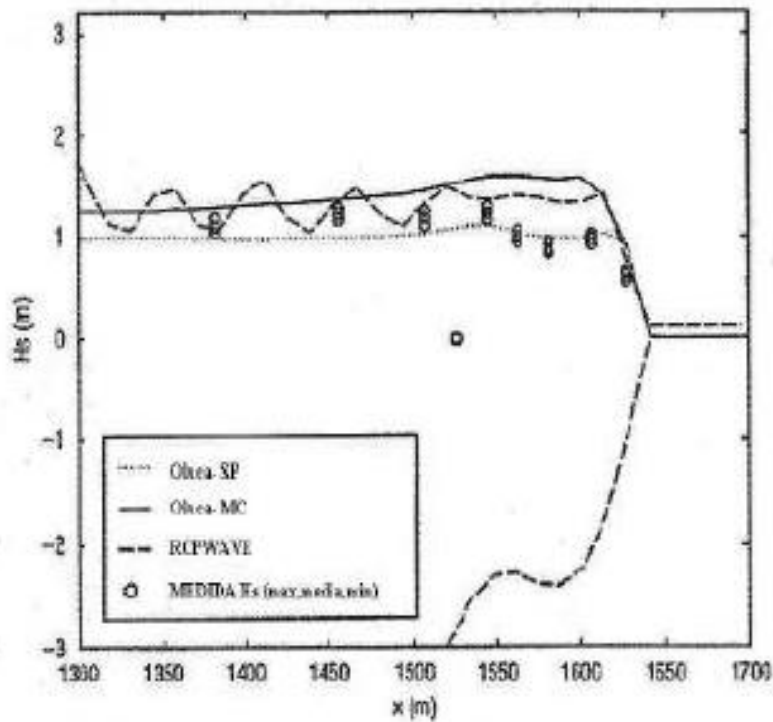


Figura 78 – Comparação da altura significativa de onda do OLUCA-SP, OLUCA-MC e RCPWAVE com dados do experimento DELILAH (1AM, 12-10-90). (Fonte: Rogers *et. al.*, 1998).

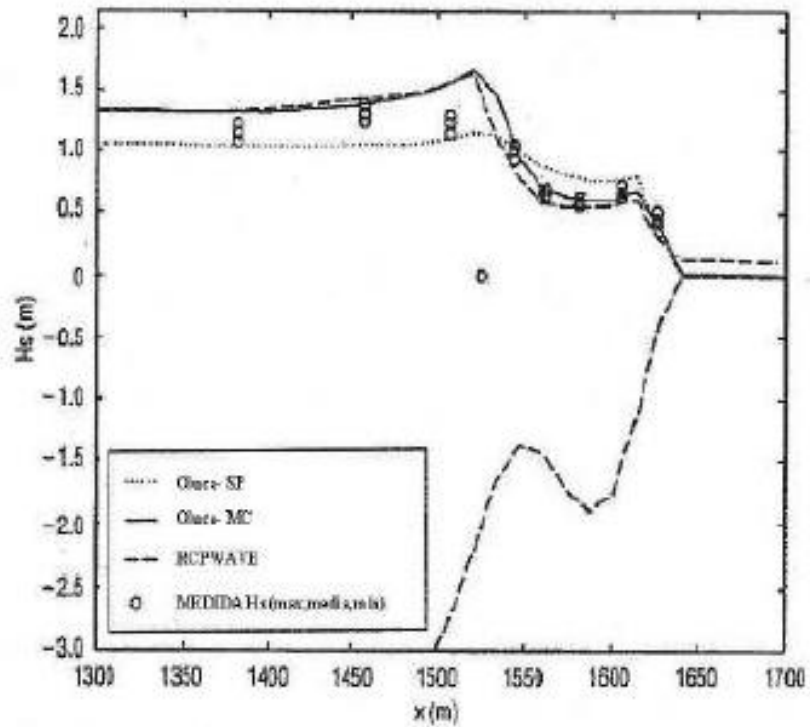


Figura 79 – Comparação da altura significativa de onda do OLUCA-SP, OLUCA-MC e RCPWAVE com dados do experimento DELILAH (7AM, 12-10-90). (Fonte: Rogers *et. al.*, 1998).

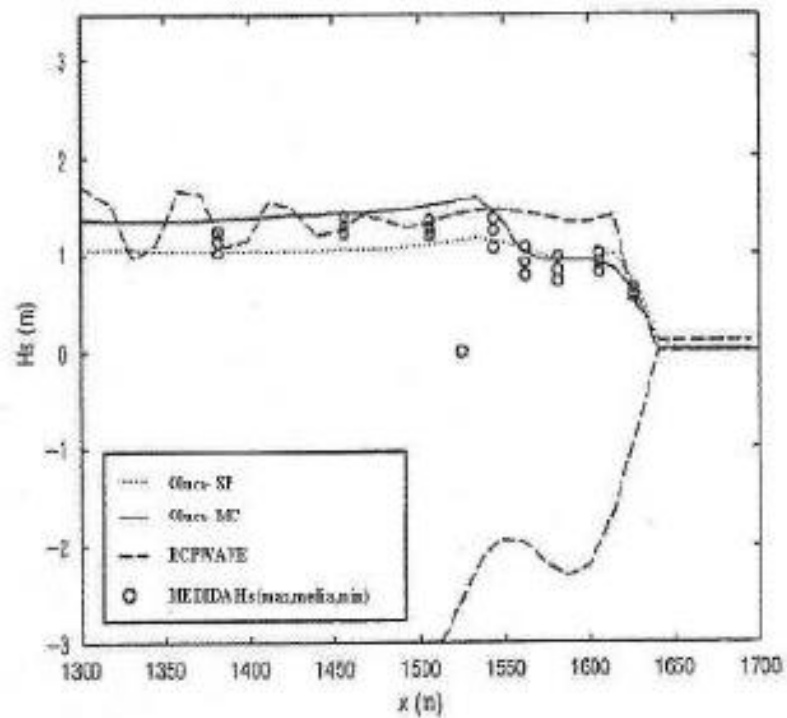


Figura 80 – Comparação da altura significativa de onda do OLUCA-SP, OLUCA-MC e RCPWAVE com dados do experimento DELILAH (10AM, 12-10-90). (Fonte: Rogers *et. al.*, 1998).

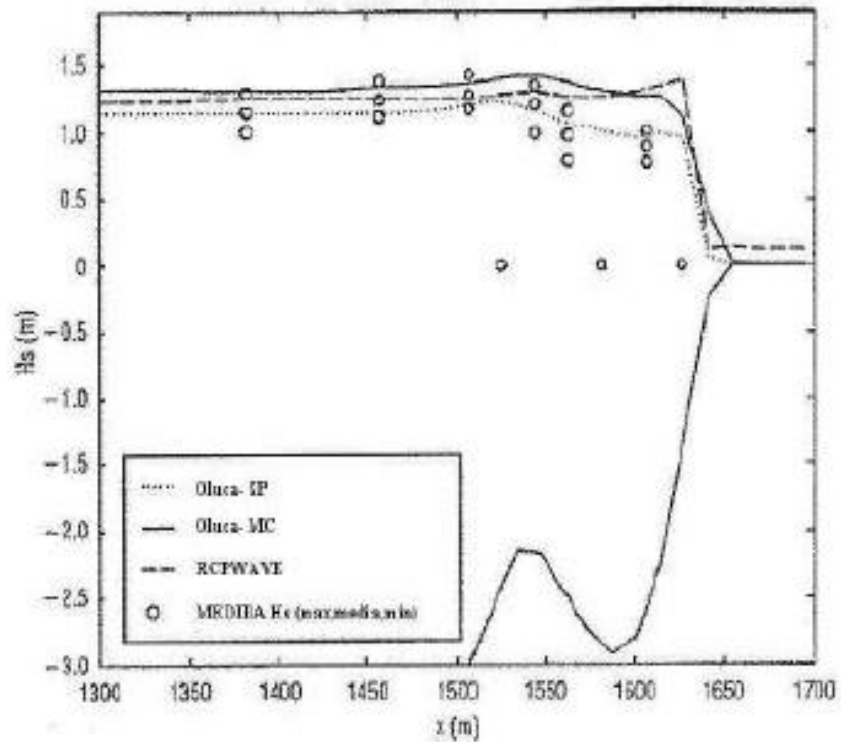


Figura 81 – Comparação da altura significativa de onda do OLUCA-SP, OLUCA-MC e RCPWAVE com dados do experimento DELILAH (7AM, 16-10-90). (Fonte: Rogers *et. al.*, 1998).

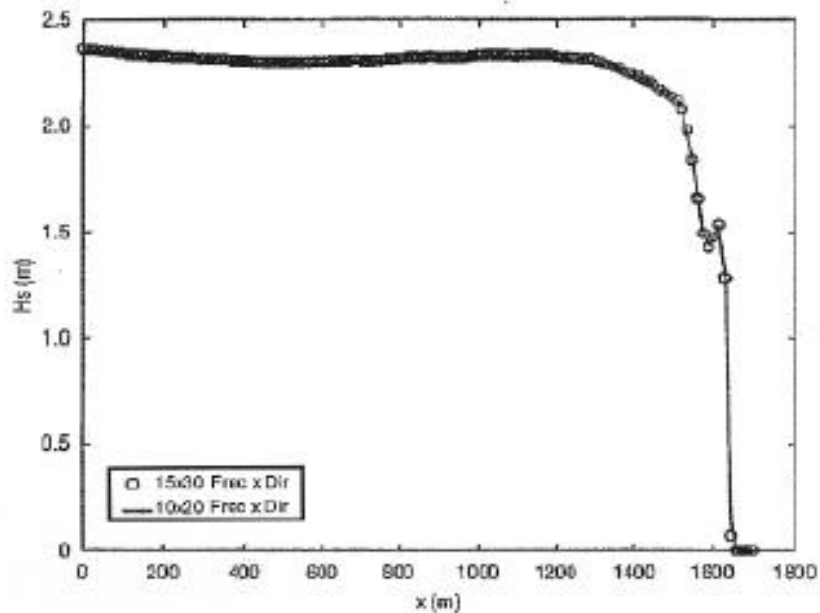


Figura 82 – Sensibilidade da altura significativa de onda no modelo OLUCA-SP, diante de variações na discretização dos espectros de entrada. (Fonte: Rogers *et. al.*, 1998).

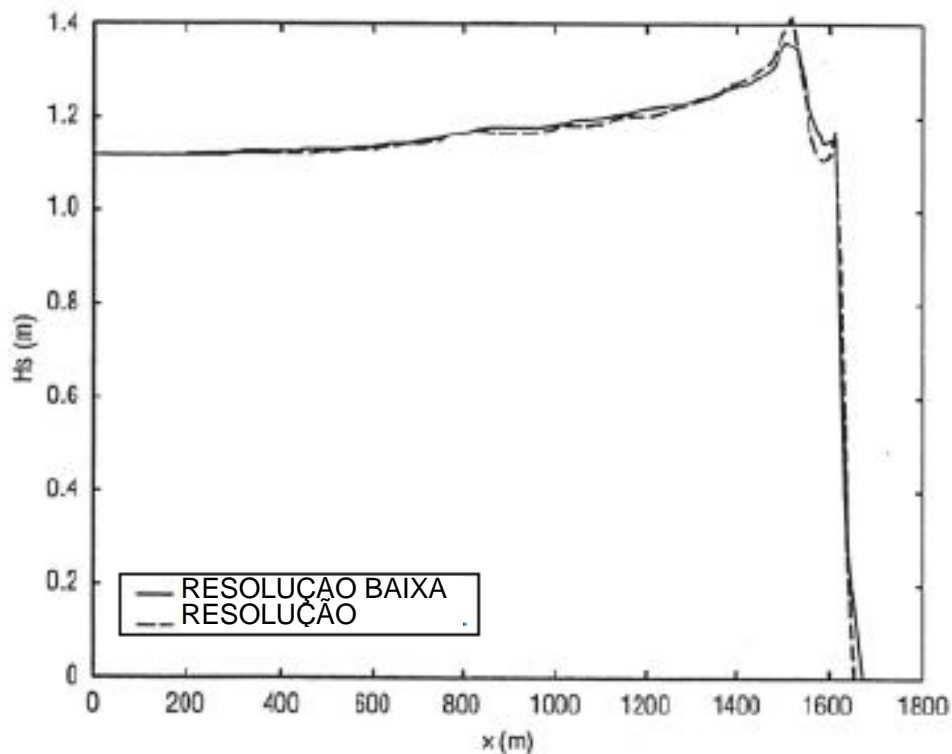


Figura 83 – Sensibilidade da altura significativa de onda no modelo OLUCA-SP, diante de diferente resolução de tamanhos de malha. (Fonte: Rogers *et. al.*, 1998).

5.6 Conclusões da aplicação e validação do modelo OLUCA-SP

A partir da aplicação do modelo numérico OLUCA-SP em: (1) Testes de propagação de ondas sobre uma declividade constante de Mase e Kirby (1992); (2) Testes sobre um banco elíptico de Vincent e Briggs (1989); (3) Testes de Chawla (1995) sobre um banco circular; e (4) Testes em campo do experimento DELILAH, Duck, NC, é concluído que:

- O modelo numérico OLUCA-SP simula a evolução de um espectro de ondas sobre um fundo variável. Representa, de maneira aproximada, os fenômenos de empinamento, refração, refração-difração e quebra das ondas, expressados em termos da altura significativa de onda e da evolução espacial do espectro bidimensional.

- Os três modelos de dissipação por quebra das ondas: (1) Thornton e Guza (1983); (2) Battjes e Janssen (1978) e (3) Winyu e Tomoya (1998), representam de maneira muito similar a propagação das ondas. De acordo com os diferentes testes de calibração de parâmetros foi definido para o modelo (1): $B = 1$ e $\gamma = 0,6$

(parâmetros propostos por seus autores). Para o modelo (2), em que a variação entre parâmetros é pequena, foram definidos como fixos dentro do modelo $aa_1 = 0,39$, $bb_1 = 0,56$ e $\alpha_1 = 1$. Finalmente, o modelo (3) ainda que dissipe mais energia que os dois anteriores, também mostram muito bem a evolução das ondas, sendo definidos como parâmetros fixos os propostos por seus autores ($K_5 = 0,1$, $K_6 = 1,6$ e $K_7 = 0,1$).

- Foi comprovada a hipótese de assumir uma distribuição de alturas de onda do tipo Rayleigh, visto que a recomposição da altura significativa de onda em cada ponto do domínio, incluindo a área de quebra, é bastante aproximada.

- Antes de um banco submerso onde predomina o empinamento, as variações da altura significativa de onda dependem principalmente das características do espectro frequencial de entrada e muito pouco da função direcional.

- Sobre um banco e na área posterior a este (onde predomina a refração-difração), as variações da altura significativa de onda dependem principalmente da função direcional inicial, mais que o espectro frequencial. Uma onda do tipo “sea”, com uma função direcional de entrada larga, apresenta uma menor variação de H_s e maior distribuição da energia no domínio, em comparação com uma onda do tipo “swell” ou de faixa direcional estreita.

- Dado que o OLUCA-SP é um modelo fracamente não linear, não leva em conta a transferência de energia entre componentes que, unido a uma dissipação por quebra independente das frequências e direções, manifesta pequenas discrepâncias na altura significativa de onda em propagações com frentes cruzadas ou trançadas simultaneamente com quebra. Discrepâncias não relevantes do ponto de vista da engenharia, dada sua pequena magnitude.

- Comparações com outros modelos monocromáticos mostram que o modelo espectral em praias reais representa com maior precisão a evolução da altura significativa de onda. Modelos monocromáticos como o OLUCA-MC superestimam as alturas de onda, mas representam muito bem o padrão de propagação das ondas. De forma que estes podem ser utilizados para caracterizar o padrão médio de ondas em uma área com um custo computacional mais baixo.

REFERÊNCIAS

BATTJES, J.A.; JANSSEN, J.P.F.M. Energy loss and set-up due to breaking of random waves. In: International Conference of Coastal Engineering, 16., 1978, Houston. **Proceedings...** 1978, p.569–589.

BATTJES, J.A.; STIVE, M.J.F. Calibration e verification of a dissipation model for random breaking waves. **Journal of Geophysical Res.**, v.90, n.C5, p.9159-9167., 1985.

BENOIT, M.; MARCOS, F; BECQ, F. Development of a third-generation shallow-water wave model with unstructured spatial meshing. In: Int. Conf. Coastal Engineering, 25., 1996. **Proceedings...** ASCE, Orlando, 1996.

BERKHOFF, J.C.W. Computation of Combined Refraction-Diffraction. In: International Conference on Coastal Engineering, 13, 1972. **Proceedings...** ASCE, Vancouver, p. 471-490, 1972.

BERKHOFF, J.C.W. Verification Computations with Linear Wave Propagation Models. Delft Hydraulics Laboratory, **Report W 154-VIII**, 1982.

BERKHOFF, J.C.W.; BOOIJ, N.; RADDER, A.C. Verification of Numerical Wave Propagation Models for Simple Harmonic Linear Waves. **Coastal Engineering**, v.6, p.255-279, 1982

BETTES, P.; ZIENKIEWICZ, O.C. Diffraction e Refraction of Surface Waves Using Finite e Infinite Elements. **Int. J. for Numerical Methods in Eng.**, v.1, p. 1271-1290, 1977.

BIRKEMEIER, W.A. DELILAH Investigator's report (draft). **Technical Report**, Coastal Eng. Research Center, U.S. Army Corps of Engineers Waterways Experiment Station, Vicksburg, MS. 1991.

BOOIJ, N. Gravity Waves on Water with Non-uniform Depth and Currents. **Report n° 81-1**, Delft University of Technology, 1981, 131 p.

BOOIJ, N.; HOLTHUIJSEN, L.N.; RIS, E R.C. The SWAN wave model for shallow water. In: Int. Conf. Coastal Engineering, 25., 1996. **Proceedings...** ASCE, Orlando, 1996.

BOOIJ, N.; HOLTHUIJSEN, L.H.; DOORN, N.; KIEFTENGURG, A.T.M.M. **Diffraction in a spectral wave model**. Proc. WAVES'97, ASCE. 1997.

BORGMAN, L.E. Directional spectrum estimation for the Sxy gages. **Tech.Rep.**, Coastal Engineering Research Center, Vicksburg, Miss. 1984.

BOUWS, E.; GUNTHER, H.; ROSENTHAL, W.; VINCENT, C. Similarity of the wind wave spectrum in finite depth water, **J. Geophys. Res.**, v.90, p.975-986, 1985.

CARNAHAN, B.; UTHER; H.A.; WILKES, J.O. **Applied Numerical Methods**. version traducida al castellano, Ed. Rueda, Madrid, 1969, 639 p.

CAVALERI, L.; HOLTHUIJSEN, L.H. Wave modelling in the WISE group. In: Int. Conf. Coastal Engineering, 26., 1998. **Proceedings...** ASCE, Copenhagen, p. 498-508, 1998.

- CHAWLA, A. Wave transformation over a submerged shoal, **MS thesis**, University of Delaware, Newark, Del., 1995.
- CHAWLA, A.; ÖZKAN, H.T.; KIRBY, J.T. Spectral model for wave transformation e breaking over irregular bathymetry. **Journal of Water., Port, Coastal e Ocean Eng.**, p.189-198, 1998).
- CHU, V.C.; MEI, C.C. On Slowly Varying Stokes Waves. **J. Fluid Mech.**, 41, p. 873-887, 1970.
- DALLY, W.R.; DEAN, R.G. Transformation of random breaking waves on surf beat. In: Coastal Eng. Conf., 20., 1986. **Proceedings...**, v.1, p.109-123, 1986.
- DALLY, W.R. Random breaking waves: a closed-form solution for planar beaches, **Coastal Eng.**, v.14, p.233-263, 1990.
- DALLY, W.R. Random breaking waves: field verification of a wave-by-wave algorithm for engineering application, **Coastal Eng.**, v.16, p.369-397, 1992.
- DANISH HYDRAULIC INSTITUTE **MIKE 21 PMS Users guide e reference manual, version 2,.6. Danish Hydraulic Institute**, DK-2970 Hørsholm, Denmark, 1996.
- DALRYMPLE, R.A.; KIRBY, J.T.; MANN, D.W. Wave Propagation in the Vicinity of Islands. In: Offshore Technology Conference, 16, 1984. **Proceedings...** Houston, p. 249-254, 1984.
- DEAN, R.G.; DALRYMPLE, R.A. **Water Wave Mechanics for Engineers and Scientists**. Englewood Cliffs: Prentice-Hall, 1984.
- DJORDJEVIC, V.D.; REDEKOPP, L.G. On the Development of Packets of Surface Gravity Waves Moving over e Uneven Bottom. **Z. Angew. Math. And Phys.**, v.29, p. 950-962, 1978.
- EBERSOLE, B.A.; CIALORE, M.A.; PRATER, M.D. Regional coastal processes numerical modelling systems, RCPWAVE-A linear wave propagation model for engineering use. **Report 1**. US Army Engineer Waterways Experiment Station, Coastal Engineering, Research Center, Vicksburg, Miss, 1986.
- EBERSOLE, B.A. Measurement e prediction of wave height decay in the surf zone, In: Coastal Hydrodynamics'87, 1987. **Proceedings...** ASCE, p.1-16, 1987.
- ELDEBERKY, Y.; BATTJES, J.A. **Parameterization of triad interactions in wave energy models**. In: Coastal Dynamics Conf.'95, 1995. **Proceedings...** Gdansk, Poland, p.140- 148, 1995.
- GODA, Y. A synthesis of breaking indices, **Trans. Japan Soc. Civil Eng.** v.2, n.2, p.227-230, 1970.
- GREENE, R.R. The rational approximation to the acoustic wave equation with bottom interaction, **J. Acoust. Soc. Am.**, v.76, p.1764-1773, 1984.
- HEDGES, T.S. An Empirical Modification to Lineal Wave Theory. **Proc. Institute of Civil Engineering**, v.61, p. 575-579, 1976.

HERBERS, T.H.C. E M.C. BURTON (1997). **Nonlinear shoaling of directionally spread waves on a beach**. J. Geophys. Res., 102, C9, 21, 101-21, 114.

HOLTHUIJSEN, L.H., N. BOOIJ E T.H.C. HERBERS (1989). **A prediction model for stationary, short-crested waves in shallow water with ambient currents**, Coastal Engineering, 13, 23-54.

HOUSTON, J.R. Combined Refraction-Diffraction of Short Waves Using the Finite Element Method. **Applied Ocean Res.**, v.3. p. 163-170, 1981.

HUGHES, S.A. (1984). **The TMA shallow-water spectrum description and applications**. Tech. Report CERC-84-7, Coast. Eng. Res. Center, Waterways experiment station. Vicksburg, Miss.

ITO, Y.; TANIMOTO, K. A Method of Numerical Analysis of Wave Propagation - Application to Wave Diffraction e Refraction. In: International Conference on Coastal Engineering, 13, 1972. **Proceedings...** ASCE, New York, p.502-522, 1972.

IZUMIYA, T., E K. HORIKAWA (1987). **On the transformation of directional waves under combined refraction e diffraction**, Coast. Engrg. In Japan, Tokyo, Japan, 30, 49-65.

JONSSON, I.G.; SKOVGAARD, O. A mild-slope wave equation e its application to tsunami calculations. **Mar. Geodesy**, v.2, p. 41-58, 1979.

KAIHATU, J.M. E J.T. KIRBY (1995). **Non linear transformation of waves in finite water depth**, Physics of Fluids, 7, 1903-1914.

KIRBY, J.T. Propagation of weakly-nonlinear surface water waves in regions with varying depth e current. ONR **Tech. Rept.** 14, Res. Rept. CE-83- 37, Department of Civil Engineering, University of Delaware, Newark, 1983.

KIRBY, J.T.; DALRYMPLE, R.A. A Parabolic Equation for the Combined Refraction-Diffraction of Stokes Waves by Mildly Varying Topography. **J. Fluid Mech.**, v.136, p. 543-566, 1983a

KIRBY, J.T.; DALRYMPLE, R.A. The Propagation of Weakly Nonlinear Waves in the Presence of Varying Depth e Currents. In: I.A.H.R., 20, 1983b. **Proceeding...** Moscow, 1983b.

KIRBY, J.T. E R.A. DALRYMPLE (1984a). **Verification of a parabolic equation for propagation of weakly non-linear waves**, Coastal Engineering, 219-232.

KIRBY, J.T.; DALRYMPLE, R.A. Modifications to a Propagation Model for the Combined Refraction-Diffraction of Stokes Waves; Shallow Water, Large Angle e Breaking Wave Effects. **Report UFL/COEL-85/001**, Coastal and Oceanographical Engineering Department, University of Florida, Gainesville, 1985.

KIRBY, J.T. (1986A). **Higher-order approximations in the parabolic equation method for water waves**, Journal of Geophysical Research, 91, C1, 933-952.

KIRBY, J.T. Higher-order Approximations in the Parabolic Equation Method for Water Waves. **Journal of Geophysical Research**, v.91, C1, p. 933- 952, 1986a.

Kirby, J.T. Open Boundary Condition in Parabolic Equation Method. **Journal of Waterway, Port, Coastal e Ocean Engineering**, ASCE, v. 112, n. 3, p. 460-465, 1986b.

KIRBY, J.T.; DALRYMPLE, R.A. Modelling Waves in Surfzones and Around Islands. **Journal of Waterway, Port, Coastal e Ocean Engineering**, ASCE, v. 112, n. 1, p. 78-93, 1986a.

KIRBY, J.T.; DALRYMPLE, R.A. An Approximate Model for Nonlinear Dispersion in Monochromatic Wave Propagation Models. *Coastal Engineering*, v.9, p. 545-561, 1986b.

KIRBY, J.T. E H.T. ÖZKAN (1994). **Combined refraction/diffraction model for spectral wave conditions. Ref/Dif s version 1.1. Documentation e user's manual, report No. CACR-94-04**, Center Applied Coastal Research, University of Delaware.

KIRBY, J.T., E J.M. KAIHATU (1996). **Structure of frequency domain models for random wave breaking**. Proc. 25th Int. Conf. on Coastal Engrg., Orlando, 1144 – 1155.

KIRBY, J.T. (1996). **Nonlinear, dispersive long waves of variable depth**, In: Gravity Waves in Water of Variable Depth, J.N. Hunt (ed). Advances in Fluid Mechanics. Computational Mechanics Publications.

KIRBY, J.T., G. WEI, Q. CHEN, A. KENNEDY E R. DALRYMPLE (1998). **Funwave 1.0 Fully nonlinear Boussinesq wave model, documentation e user's manual**. Center for Applied Coastal research department of Civil Eng., University of Delaware.

KRAUS, N.C. E J.M. SMITH (1994). **SUPERTANK Laboratory data collection project**, Technical Report CERC-94-3, U.S. Army Corps of Engineers, Waterways Experiment Station, Vol. 1-2.

LARSON, H. E N.C. KRAUS (1992). **Numerical model of longshore current for bar e trough beaches**, J. Waterway, Port, Coast., Oc. Engrg., ASCE, 117 (4), 326-347.

LE MÉHAUTÉ, B. (1962). **On non-saturated breakers e the wave run-up**, Procee. of the 8th International Conference on Coastal Engineering, ASCE, 77-92, New York

LEE, J.L.; WANG, H. Evaluation of Numerical Models on Wave- Current Interactions. of In: International Conference on Coastal Engineering, 23., 1992. **Proceedings...** ASCE, Venice, p. 432-446, 1992.

LIU, P.L.F.; DALRYMPLE, R.A. The Damping of Gravity Water Waves Due to Perculation. **Coastal Engineering**, 1984.

LIU, P.L.F.; TSAY, T.K. On Weak Reflection of Water Waves. **Journal Fluid Mech.**, v.131, p. 59-71, 1984.

LUKE, J.C. A Variational Principle for a Fluid with a Free Surface. **Journal of Fluid Mechanics**, v. 27, n. 2, p. 395-397, 1967.

LUO, W., R. FLATHER E J. MONBALIU (1997). **An efficient computational scheme for the use of the third-generation WAM model in coastal regions**, J. Waterway, Port., Coastal e Ocean Engineering, in press.

- MADSEN, P.A.; MURRAY, R.; SORENSEN, O.R. A new form of the Boussinesq equations with improved linear dispersion characteristics **Coastal Engineering**, v.15, p. 371-388, 1991.
- MADSEN, P.A. E SORENSEN, O.R. (1992). **A new form of the Boussinesq equations with improved linear dispersion characteristics. Part 2. A slowly varying bathymetry.** Coastal Eng., 18, 183-204.
- MASE, H. E M. IWAGAKI (1982). **On the joint distribution of wave periods and amplitudes in a random wave field**, Proc. R. Soc. London, Ser. A., 389: 241-258.
- MASE, H. E J.T. KIRBY (1992). **Modified frequency-domain KdV equation for random wave shoaling**, Proc., 23rd Int. Conf. on Coastal Engrg., Venice, 474-487.
- MICHE, R. (1954). **Mouvements ondulatoires des mers en profondeur constante ou décroissante**, Ser. 3, ISSUE 363, Wave Res. Lab., Univ. Calif. at Berkeley.
- MIZUGUCHI, M. (1982). **Individual wave analysis of irregular wave deformation in the nearshore zone**, Proc. 18th Coastal Eng. Conf., 1, 485-504.
- NAIRN, R.B. (1990). **Prediction of cross-shore sediment transport e beach profile evolution**, Ph. D. Thesis. Imperial College, University of London, 391.
- NWOGU, O. (1993). **An alternative form of the Boussinesq equations for nearshore wave propagation**, J. Waterway, Port, Coast. Ocean Eng. 119 (6), 618-638.
- O'REILLY, W.C., E R.T. GUZA (1991). **Comparison of spectral refraction and refraction-diffraction wave models.** J. Waterway, Port, Coast., e Ocean Engrg., ASCE, 117(3), 199-215.
- PAE, W., H. MASE E T. SAKAI (1992). **Probabilistic calculation model of directional random waves**, Proc. 23rd Int. Conf. On Coastal Engrg., Orlando, 540-550.
- PANCHANG, V.G., G. WEI, B. R. PEARCE E M.J. BRIGGS (1990). **Numerical simulation of irregular wave propagation over shoal.** J. Wtrwy. Port, Coast., e Oc. Engrg., ASCE, 116(3), 324-340.
- PHILLIPS, O.M. **The Dynamics of the Upper Ocean.** Cambridge University, 1966. 261 p.
- RADDER, A.C. On the Parabolic Equation Method for Water-Wave Propagation. **Journal of Fluid Mechanics**, v. 95, n. 1, p. 159-176, 1979.
- RESIO, D.T. (1988). **A steady-state wave model for coastal applications.** Proc. 21st Int. Conf. Coastal Engineering, ASCE, Torremolinos, 929-940.
- RIVERO, F.J. E A.S. ARCILLA (1993). **Propagation of linear gravity waves over slowly varying depth e currents**, Proceedings on WAVES'93 symposium. New Orleans, USA, 518-532.
- RIVERO, F.J., A.S. ARCILLA E E. CARCI (1997). **Implementation of diffraction effects in the spectral wave energy conservation equation**, IMA Conference on Wind-over-wave Couplings: Perspectives e Prospects, University of Salford.

ROGERS, W.E., Y.L. KAIHATU E HSU (1998). **Review e verification of numerical wave models for near coastal areas – part 2: verification of near coastal numerical wave models**, Naval Research Laboratory, Oceanography Division, Stennis Space Center, MS39529-5004.

SKOVGAARD, O.; JONSSON, I.G.; BERTELSEN, J.A. Computation of Wave Heights Due to Refraction e Friction. **Journal of Waterway, Port, Coastal and Ocean Division**, ASCE, v.101, n. WW1, p. 15-31, 1975.

SMITH, J.M. E N.C. KRAUS (1990). **Laboratory study on macro-features of wave breaking over bars e artificial reefs**, Technical Report CERC-90-12, U.S.Army Corps of Engineers, Waterways Experiment Station.

SMITH, J.M., M. LARSON E N.C. KRAUS (1993). **Longshore current on a barred beach: Field measurements e calculations**, J. Geophys. Res. 98, pp. 22727- 22731.

STIVE, M. (1984). **Energy dissipation in waves breaking on gentle slopes**, Coast. Eng., 8, 99-127.

STOKER, J.J. (1957). **Water waves**, Interscience, New York.

THORNTON, E.B., GUZA, R. T. Transformation of wave height distribution. **Journal of Geophysical. Research**, v. 88, p. 5925-5983, 1983.

THORNTON, E.B. E GUZA, R.T. (1986). **Surf zone longshore currents e random waves: Field data e model**, J. Physical Oceanography 16, pp. 1165-1178.

TOLMAN, H.L. (1991). **A third-generation model for wind waves on slowly varying, unsteady e inhomogeneous depths e currents**, J. Phys. Oceanogr., 21, 6, 782-797.

USACE (U.S. Army Coastal Engineering Research Center, Corps of Engineers). **Shore Protection Manual**. Department of the Army, Vicksburg, Miss., vol I e II, 1984.

VINCENT, C.L. E M.J. BRIGGS (1989). **Refraction-diffraction of irregular waves over a mound**. J. Wtrwy. Port, Coast., e Oc. Engrg., ASCE, 115(2), 269-284.

WEI, G. E J.T. KIRBY (1995 a). **A time –dependent numerical code for the extended Boussinesq equations**. J. Waterway, Port, Coastal e Ocean Engineering. Vol. 12, No. 5, 251-261.

WEI, G., J.T. KIRBY, S.T. GRILLI E R. SUBRAMANYA (1995 b). **A fully nonlinear Boussinesq model for surface waves. Part 1. Highly nonlinear unsteady waves**. J. Fluid Mech. 294, 71-92.

WINYU, R. E S. TOMOYA (1998). **Energy dissipation model for regular and irregular breaking waves**, Coastal Eng. Journal, Vol. 40, nº 4, 327-346.

YUE, D.K.P.; MEI, C.C. Forward Diffraction of Stokes Waves by a Thin Wedge. **Journal of Fluid Mechanics**, v.99, p.33-52, 1980.